

3.5 ANTENNE A DIPOLO NON CARICATE

- Le antenne lineari si possono **classificare** rispetto a diverse proprietà, alcune delle quali sono elencate di seguito.
- Forma:*
- **rettilinee**, ovvero costituite da conduttori rettilinei allineati;
 - **non-rettilinee**, ovvero costituite da conduttori non allineati o curvi.
- Composizione:*
- **dipoli**, ovvero costituite da coppie di conduttori rettilinei allineati;
 - **monopoli**, ovvero costituite da singolo conduttore rettilineo.
- Terminazione:*
- **caricate**, ovvero con ammettenze e corrente non nulle agli estremi dell'antenna;
 - **non-caricate**, ovvero con estremità appuntite (chiuso in circuito aperto).
- Impedenza:*
- **risonanti**, ovvero tali che la reattanza di ingresso dell'antenna sia nulla (e.g., $l=n \lambda/2$);
 - **non-risonanti**, ovvero con reattanza di ingresso non nulla.
- Corrente:*
- **onda stazionaria**, ovvero tali che esiste un'onda di corrente progressiva e regressiva;
 - **onda progressiva**, ovvero tali che esiste solo un'onda progressiva verso gli estremi.
- Banda:*
- **larga banda**, ovvero tali che presentano una banda frazionale $> 10\%$;
 - **banda stretta**, ovvero tali che presentano una banda frazionale $< 3\%$.
- Nel seguito viene analizzata in generale la classe delle **antenne a dipolo non-caricate a onda stazionaria**. Per quanto relativa a un caso particolare, tale analisi mette in luce in modo rigoroso aspetti radiativi tipici di una grande varietà di antenne lineari. Le varie tipologie, caratterizzato da opportune condizioni al contorno riferite all'eccitazione e alla terminazione, verranno illustrate sommariamente nei paragrafi successivi.

3.5.a Distribuzione di corrente

- Nell'approssimazione per dipoli sottili alimentati al centro, abbiamo ottenuto la **soluzione approssimata dell'equazione integrale di Hallen** nella forma seguente:

$$I(z) \cong I^+ e^{-jkz} + I^- e^{+jkz} \quad \text{per } |z| \leq l/2$$

dove le quantità I^+ e I^- sono assunte costanti (anche se, in realtà, funzioni della dimensioni trasverse e di z):

$$I^+ = \frac{A^+}{C(a,z)}; \quad I^- = \frac{A^-}{C(a,z)}; \quad C(a,z) = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{e^{-jk\sqrt{a^2+(z-z')^2}}}{4\pi\sqrt{a^2+(z-z')^2}} dz'$$

- Le costanti I^+ e I^- si determinano una volta note la corrente impressa I_0 ai morsetti d'ingresso dell'antenna e le correnti ai due estremi, ovvero $I(l/2)$ e $I(-l/2)$. Per dipoli non caricati, le **condizioni al contorno** si scrivono:

$$\begin{cases} I(z) = 0 & \text{per } z = l/2 \\ I(z) = 0 & \text{per } z = -l/2 \\ I(z) = I_0 & \text{per } z = 0 \end{cases}$$

- Imponendo tali condizioni alla soluzione generale dell'eq. di Hallen, otteniamo le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} I(l/2) = I^+ e^{-jkl/2} + I^- e^{jkl/2} = 0 \\ I(-l/2) = I^+ e^{jkl/2} + I^- e^{-jkl/2} = 0 \\ I_0 = I^+ + I^- \end{cases}$$

Dalla prima e dalla terza equazione relative a $z=0$ e $z=l/2$ si ha:

$$\begin{cases} I^+ = I_0 - I^- \\ (I_0 - I^-)e^{-jkl/2} + I^-e^{jkl/2} = 0 \Rightarrow I^-(e^{jkl/2} - e^{-jkl/2}) = -I_0e^{-jkl/2} \Rightarrow I^- = -\frac{I_0e^{-jkl/2}}{2j\sin(kl/2)} \end{cases}$$

Sostituendo nell'espressione di $I(z)$ per $z \geq 0$:

$$\begin{aligned} I(z) &= \left(I_0 + \frac{I_0e^{-jkl/2}}{2j\sin(kl/2)} \right) e^{-jkz} - \frac{I_0e^{-jkl/2}}{2j\sin(kl/2)} e^{jkz} = \left(\frac{I_0 2j\sin(kl/2) + I_0e^{-jkl/2}}{2j\sin(kl/2)} \right) e^{-jkz} - \frac{I_0e^{-jkl/2}}{2j\sin(kl/2)} = \\ &= \frac{I_0}{2j\sin(kl/2)} \left[\left(2j \frac{e^{jkl/2} - e^{-jkl/2}}{2j} + e^{-jkl/2} \right) e^{-jkz} - e^{-jkl/2} \right] = I_0 \frac{e^{jk(l/2-z)} - e^{-jk(l/2-z)}}{2j\sin(kl/2)} \end{aligned}$$

da cui:

$$I(z) = I_0 \frac{\sin(k(l/2 - z))}{\sin(kl/2)} \quad \text{per } z \geq 0$$

In modo analogo, dalla seconda e terza equazione relative a $z=0$ e $z=-l/2$ si ricava che:

$$I(z) = I_0 \frac{\sin(k(l/2 + z))}{\sin(kl/2)} \quad \text{per } z \leq 0$$

Le due espressioni precedenti si possono esprimere $\forall z$ nella seguente **forma compatta**:

$$I(z) = I_0 \frac{\sin[k(l/2 - |z|)]}{\sin(kl/2)} \quad \text{per } |z| \leq l/2$$

Si noti che la $I(z)$ è simmetrica rispetto a $z=0$ e, ovviamente, tale che $I(0)=I_0$.

3.5.b Intensità di radiazione e parametri di antenna

- Il calcolo dei **parametri di dipoli** non caricati richiede la determinazione del **momento elettrico dell'antenna** N_z , ovvero della trasformata di Fourier nella direzione di osservazione della funzione di corrente:

$$N_z(\theta, \varphi) = \int_{-l/2}^{l/2} I(z') e^{jkz' \cos \theta} dz' = \frac{I_0}{\sin(kl/2)} \int_{-l/2}^{l/2} \sin[k(\frac{l}{2} - |z'|)] e^{jkz' \cos \theta} dz'$$

ovvero:

$$N_z(\theta, \varphi) = \frac{I_0}{\sin(kl/2)} \left[\int_{-l/2}^0 \sin[k(\frac{l}{2} + z')] e^{jkz' \cos \theta} dz' + \int_0^{l/2} \sin[k(\frac{l}{2} - z')] e^{jkz' \cos \theta} dz' \right]$$

- Ognuno dei 2 integrali precedenti può essere calcolato usando:

$$\int e^{\alpha x} \sin(\beta x + \gamma) dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha^2 + \beta^2} [\alpha \sin(\beta x + \gamma) - \beta \cos(\beta x + \gamma)]$$

dove $\alpha = jk \cos \theta$, $\beta = \pm k$ e $\gamma = kl/2$. Dopo qualche (facile) passaggio che lasciamo come esercizio al lettore si ottiene:

$$N_z(\theta, \varphi) = N_z(\theta) = \frac{I_0 \lambda}{\pi \sin(kl/2)} \left[\frac{\cos[(kl/2) \cos \theta] - \cos(kl/2)}{\sin^2 \theta} \right]$$

Si noti come N_z dipenda solo dall'angolo θ . Il modulo h della **lunghezza elettrica equivalente** è, quindi:

$$h(\theta) = h_\theta(\theta) = \frac{\sin \theta}{I_0} N_z(\theta) = \frac{\lambda}{\pi \sin(kl/2)} \left[\frac{\cos[(kl/2) \cos \theta] - \cos(kl/2)}{\sin \theta} \right]$$

Da cui, il **campo elettrico** irradiato a grande distanza:

$$E_\theta(r, \theta) = j \frac{\eta I_0}{2\lambda r} e^{-jkr} h_\theta(\theta) = j \frac{\eta I_0}{2\pi r \sin(kl/2)} e^{-jkr} \left[\frac{\cos[(kl/2) \cos \theta] - \cos(kl/2)}{\sin \theta} \right]$$

- Il **vettore di Poynting** a grande distanza \mathbf{P}_∞ si calcola immediatamente attraverso l'approssimazione di onda localmente piana uniforme a distanza r :

$$\mathbf{P}_\infty = P_\infty(r, \theta) \mathbf{r}_0 = \frac{|E_\theta(r, \theta)|^2}{2\eta} \mathbf{r}_0 = \frac{\eta |I_0|^2}{8[\pi \sin(kl/2)]^2} \frac{1}{r^2} \left[\frac{\cos[(kl/2) \cos \theta] - \cos(kl/2)}{\sin \theta} \right]^2$$

Da cui si ottiene l'**intensità di radiazione** $U(\theta)$:

$$U(\theta) = P_\infty(r, \theta) r^2 = \frac{\eta |I_0|^2}{8[\pi \sin(kl/2)]^2} \left[\frac{\cos[(kl/2) \cos \theta] - \cos(kl/2)}{\sin \theta} \right]^2$$

e la corrispondente **intensità di radiazione** $U_n(\theta)$ **normalizzata** al valore massimo (per $\theta = \pi/2$):

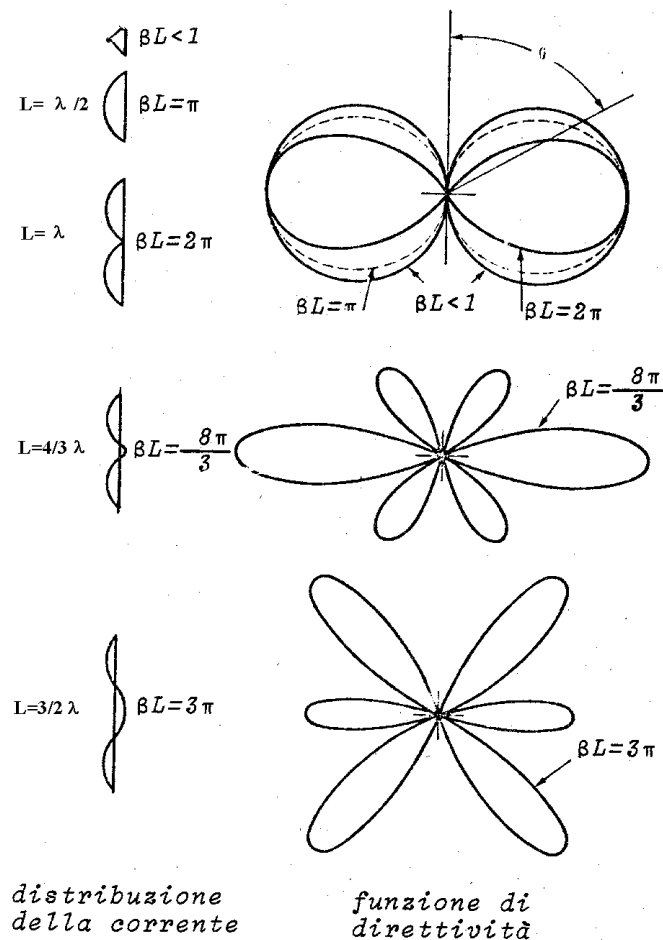
$$U_n(\theta) = U_{0n} \left[\frac{\cos[(kl/2) \cos \theta] - \cos(kl/2)}{\sin \theta} \right]^2$$

con

$$U_{0n} = \frac{1}{\cos(kl/2)^2}$$

ove la **costante** U_{0n} è tale da rendere il massimo di $U_n(\theta)$ pari a 1.

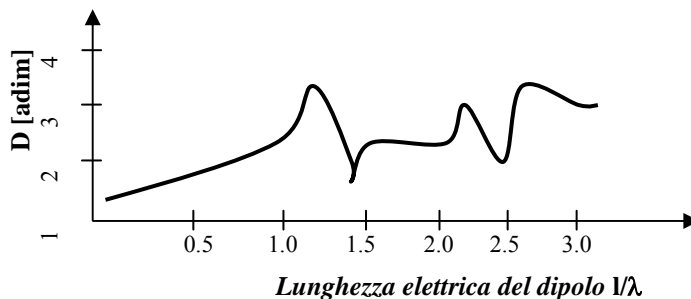
- Si ricorda che, per definizione, l'**intensità di radiazione normalizzata** vale: $U_n(\theta) = |h_n(\theta)|^2$. **In figura** sono riportati alcuni andamenti in coordinate polari al variare dell'angolo zenitale θ su piani azimutali (i.e., $\varphi = \text{cost}$) dell'intensità di radiazione normalizzata U_n al variare della **lunghezza elettrica del dipolo** lungo $l = L$.



□ La **direttività** $D(\theta, \varphi)$ è data per definizione da:

$$D(\theta, \varphi) = D(\theta) \equiv 4\pi \frac{U_n(\theta)}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi U_n(\theta) \sin\theta d\theta d\varphi} = 2 \frac{U_n(\theta)}{\int_0^\pi U_n(\theta) \sin\theta d\theta}$$

essendo U_n indipendente da φ . L'integrale di $U_n(\theta)$ è abbastanza laborioso, coinvolgendo l'uso degli Integrali Seno $S_i(x)$ e Coseno $C_i(x)$, tabulati in letteratura. Omettendo gli sviluppi analitici, si riporta **in figura** il risultato dell'andamento di D in funzione della lunghezza elettrica l/λ del dipolo.

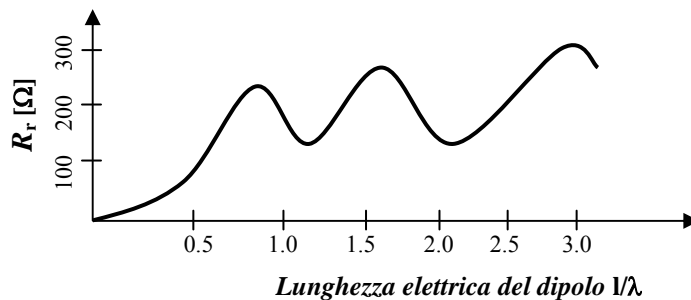


3.5.c Impedenza di ingresso

□ Richiamiamo la definizione di **impedenza di ingresso** Z_a di un'antenna in termini energetici:

$$Z_a(\omega) = R_a(\omega) + jX_a(\omega) \quad \text{con} \quad \begin{cases} R_a(\omega) = 2 \frac{W_T}{|I_g|^2} + 2 \frac{W_l}{|I_g|^2} \equiv R_r + R_l \\ X_a(\omega) = \frac{2\omega(\mathbf{E}_m - \mathbf{E}_e)}{|I_g|^2} \end{cases}$$

- La **resistenza di radiazione** R_r è proporzionale alla potenza irradiata W_T , la cui determinazione richiede l'integrazione di P_∞ su una sfera di raggio r ed implica espressioni complicate in cui compaiono, come detto, gli integrali Seno e Coseno. Omettiamo gli sviluppi analitici, riportando **in figura** il risultato dell'andamento della R_r in funzione della lunghezza elettrica l/λ del dipolo.

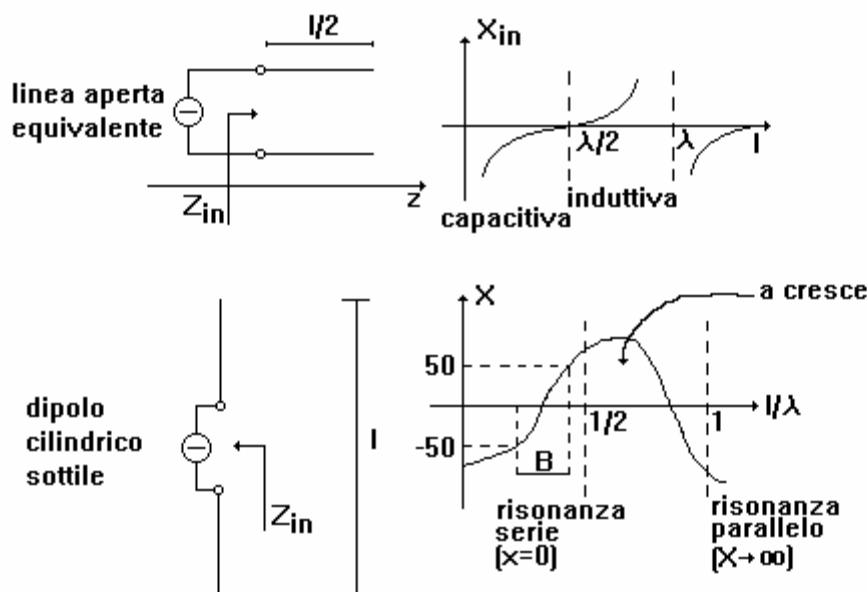


Si noti che l'espressione approssimata di R_r che si ottiene in questo modo risulta **indipendente dal raggio** a della sezione del dipolo cilindrico.

- Ai fini dell'analisi della **reattanza di ingresso** dell'antenna X_a si può ricorrere in prima approssimazione all'equivalenza tra dipolo lungo l e linea di trasmissione lunga $l/2$. Un **dipolo non caricato** lungo l risulta equivalente a una **linea di trasmissione aperta** all'estremità e lunga metà del dipolo. Dal paragrafo precedente, si ricava che l'impedenza di ingresso nel caso di una linea di trasmissione senza perdite di impedenza caratteristica Z_0 lunga $l/2$ ed aperta all'altro estremo (i.e., $Z_L = \infty$) è data da:

$$Z_a = Z_i(l/2) = jX_i(l/2) = -jZ_0 \cot(kl/2)$$

La figura seguente mostra tale analogia e il confronto con l'andamento realistico della reattanza di dipoli sottili.



- Una linea molto corta ha **reattanza capacitiva** (negativa) che decresce al crescere della lunghezza l fino a quando ai morsetti di ingresso della linea si vede un corto circuito, ovvero si ha una risonanza serie quando la lunghezza è pari a $\lambda/4$ ($l=\lambda/2$). All'aumentare della lunghezza, la linea presenta una **reattanza induttiva** (positiva) fino alla condizione

di risonanza parallelo quando la linea è lunga $\lambda/2$ ($l=\lambda$) e la reattanza diviene infinita per cui ai morsetti di ingresso viene visto un circuito aperto.

- L'andamento realistico della reattanza di un dipolo non caricato presenta delle significative analogie con quello della sua linea di trasmissione equivalente aperta agli estremi, ma anche delle differenze legate al fatto che la soluzione che giustifica tale analogia è molto approssimata. Come illustrato in figura, al crescere di l l'antenna passa da un comportamento di tipo capacitivo ad un comportamento induttivo e viceversa. Tuttavia, la **reattanza di un dipolo non si annulla precisamente ad $l=\lambda/2$** , ma per lunghezze leggermente inferiori. Tale risonanza si avvicina comunque a $l=\lambda/2$ quanto più l'antenna è sottile. Inoltre, è presente una **parte resistiva** di Z_a che è determinata principalmente dalla resistenza di radiazione R_r e che non è presente nella linea equivalente. A causa di tale componente resistiva, la risonanza parallela della linea non corrisponde ad una reattanza infinita dell'antenna.
- L'andamento sperimentale della resistenza e reattanza di Z_a è riportato nella figura seguente. Il grafico mostra come anche R_a sia legata al raggio a dell'antenna quando la lunghezza diviene comparabile con λ . Anche la parte reattiva X_a dipende in maniera significativa da a . Notare come in corrispondenza della risonanza serie con l di poco inferiore a $\lambda/2$, **dipoli di maggiore sezione presentano larghezza di banda** maggiori dal punto di vista della condizione di adattamento con il circuito ricetrasmittente (è maggiore l'intervallo di frequenza per cui X_a è inferiore ad una soglia prefissata).

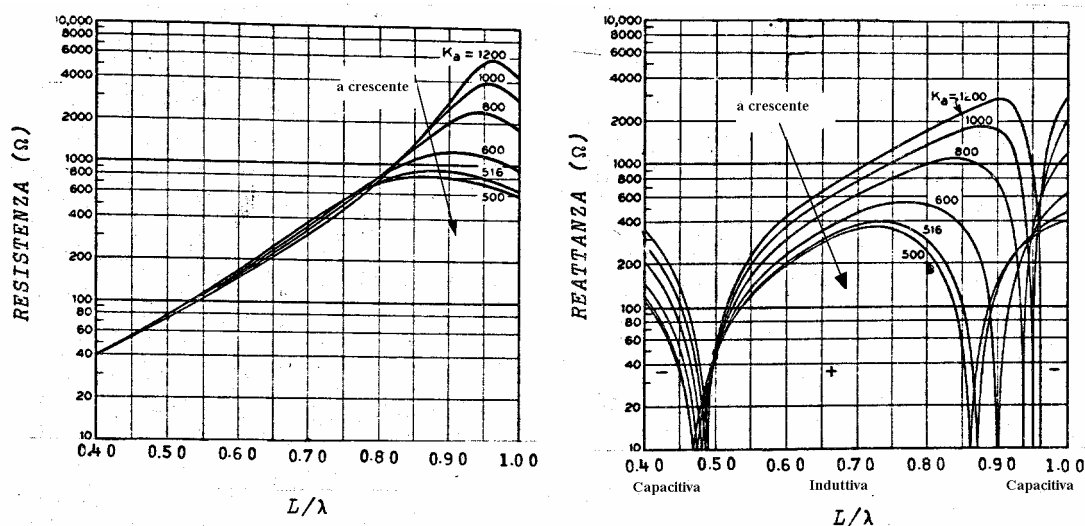


Figura: Resistenza e reattanza di un'antenna filiforme (non sottile) lunga L e di sezione di raggio a [$k_a=120\log_{10}(L/a)-1$]

3.6 ANTENNE RETTILINEE

- Seguendo la classificazione riportata in precedenza, verranno analizzate alcune **tipologie** che possono possedere una o più proprietà elencate aventi in comune la **forma rettilinea dei conduttori**.
- Verranno illustrate le **seguenti antenne rettilinee**:
 - a) *Dipolo corto non-caricato*
 - b) *Dipolo a semionda non-caricato*
 - c) *Dipolo a onda intera non-caricato*
 - d) *Dipolo ripiegato a semionda*
 - e) *Antenne lineari a monopolo*
 - f) *Antenne lineari caricate*
 - g) *Antenne lineari a onda progressiva*

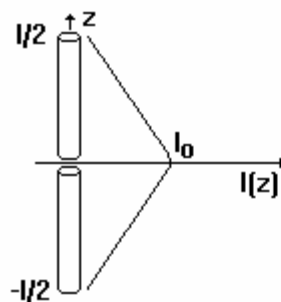
3.6.a Dipolo corto non-caricato

- E' un'antenna a dipolo non-caricato non-risonante a onda stazionaria. La lunghezza del dipolo è $l \ll \lambda/2$, in genere $l \ll 0.1\lambda$ (*short dipole*). La **distribuzione di corrente** $I(z)$ si ottiene approssimando la soluzione della corrente trovata precedentemente, sostituendo alla funzione seno il suo argomento:

$$I(z) \cong I_0 \frac{k l/2 - k|z|}{k l/2} = I_0 \left(1 - \frac{2|z|}{l} \right) \quad \text{con } |z| \ll \lambda$$

L'andamento di questa funzione di tipo **triangolare** è riportato in figura. Per calcolare la lunghezza elettrica, si può ricorrere alla formula generale oppure riconsiderare il momento elettrico N_z . Infatti, essendo $l \ll \lambda$, risulta $\exp(jkz \cos \theta) \cong 1$ per cui N_z è dato da:

$$N_z(\theta) = \int_{-l/2}^{l/2} I(z') e^{jkz' \cos \theta} dz' \cong \int_{-l/2}^{l/2} I(z') dz' = I_0 \int_{-l/2}^{l/2} \left(1 - \frac{2|z'|}{l} \right) dz' = I_0 \frac{l}{2}$$



Distribuzione triangolare di corrente lungo z

Allora, la **lunghezza elettrica equivalente** è pari a:

$$h(\theta) = h_0(\theta) = \frac{\sin \theta}{I_0} N_z(\theta) = \frac{l}{2} \sin \theta$$

- I **parametri radiativi** del dipolo corto sono facilmente deducibili ed elencati di seguito:

$$U_n(\theta) = \sin^2 \theta \quad \text{con} \quad \begin{cases} h_M = l/2 \\ D_M = 1.5 \\ \Theta_{3dB} = 90^\circ \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} A_e = \frac{3}{8\pi} \lambda^2 \\ R_r = \eta \frac{\pi}{6} \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 \end{cases}$$

essendo:

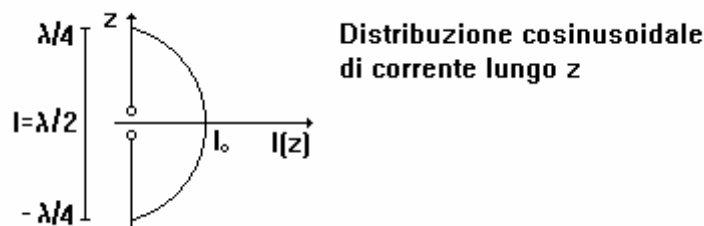
$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_M = \frac{\lambda^2}{4\pi} \frac{3}{2} = \frac{3\lambda^2}{8\pi}; \quad R_r = \frac{\eta h^2}{4A_e} = \frac{\eta(l/2)^2}{4(3\lambda^2/8\pi)} = \eta \frac{\pi}{6} \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2$$

1. L'andamento grafico del **diagramma di radiazione** normalizzato è riportato nel paragrafo precedente e risulta identico a quello del dipolo hertziano.
2. Il dipolo corto presenta la stessa **area equivalente** A_e e **angolo a metà potenza** Θ_{3dB} , ma **lunghezza elettrica equivalente** h pari a metà di quella del dipolo hertziano.
3. La **resistenza di radiazione** R_r del dipolo corto è, a parità di lunghezza, pari a un quarto di quella del dipolo hertziano. Infatti, si ricordi che essendo $R_r = (\eta h^2) / (4 A_e)$ ad una lunghezza equivalente metà a parità di A_e la R_r si riduce di quattro volte.
4. La **reattanza di ingresso** X_a è capacitiva per quanto detto precedentemente ($l \leq 0.1\lambda$).

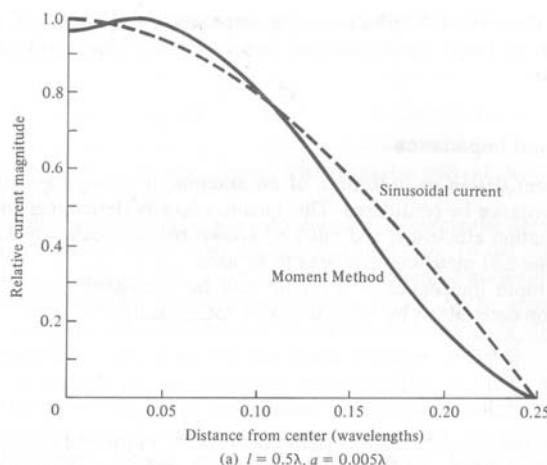
3.6.b Dipolo a semionda non-caricato

- E' un'antenna a dipolo non-caricato risonante a onda stazionaria. La lunghezza del dipolo è $l=\lambda/2$ (*half-wavelength dipole*) e la corrispondente **distribuzione di corrente** è data da:

$$I(z) = I_0 \frac{\sin[(2\pi/\lambda)(\lambda/4) - k|z|]}{\sin[(2\pi/\lambda)(\lambda/4)]} = I_0 \frac{\sin[(\pi/2) - k|z|]}{\sin(\pi/2)} = I_0 \cos k|z| = I_0 \cos kz \quad \text{per} \quad |z| < \lambda/4$$



- Per quanto detto nei paragrafi precedenti, la distribuzione di corrente precedente vale nell'ipotesi di **dimensioni trasversali** (sezione di raggio a) tendenti a zero.



In realtà, la dimensione trasversale ha un effetto sulla stessa distribuzione di corrente $I(z)$. Tale effetto può apprezzarsi se si ricorre alla soluzione numerica dell'eq. integrale di Hallen mediante il **Metodo dei Momenti**, esposto in precedenza. La figura mostra il risultato dell'implementazione per $|I(z)|$ mediante la tecnica dell'adattamento puntiforme con funzioni di base a dominio intero di tipo coseno. Si evidenzia la bontà della soluzione approssimata nel caso di dipolo a semionda con $a=0.005\lambda$.

- Il **momento elettrico del dipolo a semionda** si ricava ricordando la trasformata di Fourier di una funzione cosinusoidale, ovvero dalla formula generale trovata ponendo $l=\lambda/2$:

$$N_z(\theta) = \frac{I_0 \lambda}{\pi} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin^2 \theta}$$

da cui la **lunghezza elettrica equivalente**:

$$h(\theta) = h_0(\theta) = \frac{\sin \theta}{I_0} N_z(\theta) = \frac{\lambda}{\pi} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta}$$

- I **parametri radiativi** del dipolo corto sono elencati di seguito (la loro determinazione è omessa per brevità ed eventualmente lasciata come esercizio):

$$U_n(\theta) = \frac{\cos^2[(\pi/2) \cos \theta]}{\sin^2 \theta} \quad \text{con} \quad \begin{cases} h_M = \lambda / \pi \\ D_M = 1.64 \\ \Theta_{3dB} = 78^\circ \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} A_e = \frac{1.64}{4\pi} \lambda^2 \\ R_r = \frac{\eta h^2}{4A_e} \cong 73 \Omega \end{cases}$$

1. L'andamento grafico del **diagramma di radiazione** normalizzato è riportato nel paragrafo precedente e risulta più direttivo di quello del dipolo corto.
2. La direttività D e l'area equivalente A_e del dipolo a semionda sono **maggiori di quelle del dipolo corto**.
3. In realtà, per $l=\lambda/2$ l'**impedenza d'ingresso Z_a non è puramente resistiva**, e quindi il dipolo non è risonante. Una più approfondita analisi rivela che essa presenta una reattanza induttiva serie di 43 ohm, relativamente indipendente dal diametro a del conduttore (si veda la figura del par. 3.5.a). Per compensare tale reattanza (e pertanto realizzare un'antenna con impedenza puramente reale), anziché accordare l'antenna con un condensatore serie, si preferisce in genere **diminuire la lunghezza rispetto a $\lambda/2$** .

3.6.c Dipolo a onda intera non-caricato

- E' un'antenna a dipolo non-caricato risonante a onda stazionaria. La lunghezza del dipolo è $l=\lambda$ (*wavelength dipole*). Si noti che la soluzione approssimata $I(z)$ dell'equazione di Hallen presenta una singolarità per $l=n\lambda$ con $n \geq 1$. La condizione di dipolo non caricato alle estremità, in questo caso, imporrebbe $I(0)=I_0=0$. Infatti:

$$I(l = \lambda/2) = 0 \Rightarrow I^+ e^{-jk\lambda/2} + I^- e^{jk\lambda/2} = I^+ e^{-j\pi} + I^- e^{j\pi} = -I^+ - I^- = 0 \Rightarrow I(0) = I^+ + I^- = 0$$

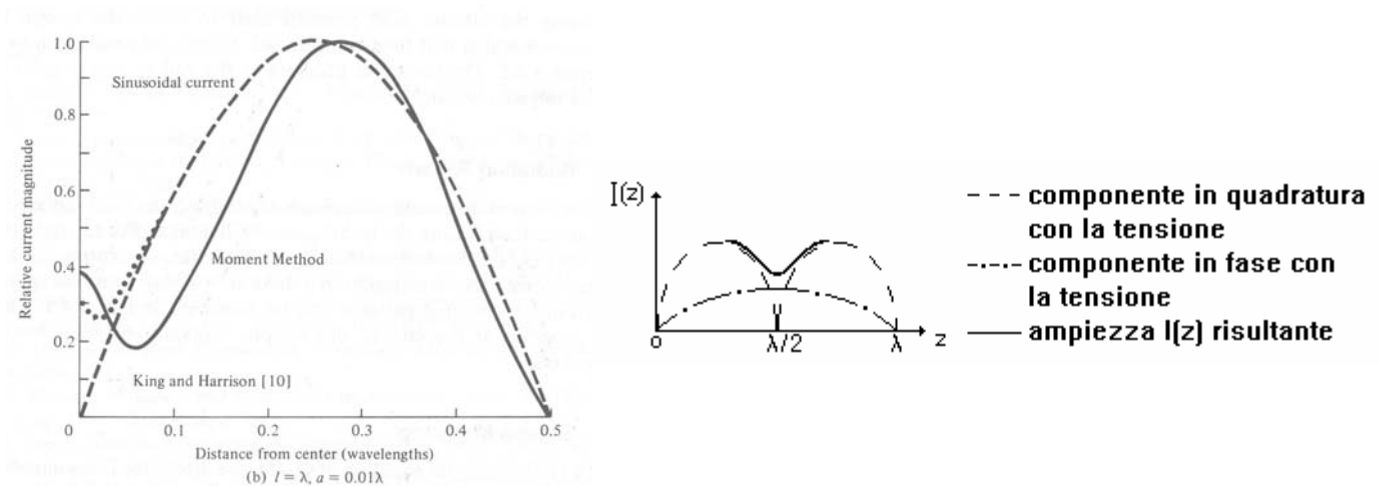
Tale valore di corrente nullo ai morsetti dell'antenna è evidentemente assurdo in quanto significherebbe impedenza di antenna di valore infinito.

- D'altronde, dalla forma generale della soluzione approssimata, per $l=\lambda$ si ottiene la seguente **distribuzione di corrente**:

$$I(z) = \frac{I_0}{\sin \pi} \operatorname{sinc} |z| \cong I_{0m} \operatorname{sinc} |z| \quad \text{con } |z| < \lambda/2$$

dove, essendo come visto $I_0=0$, $I_0/\sin \pi$ è una forma indeterminata del tipo 0/0. I_{0m} rappresenta il valore massimo approssimato della corrente che si ha per $z \neq 0$. In effetti, si ricordi come l'approssimazione fatta nella soluzione dell'eq. di Hallen non era valida in prossimità degli zeri di corrente.

- Ricorrendo alla soluzione numerica dell'eq. integrale di Hallen mediante il **Metodo dei Momenti**, la **figura** mostra il risultato dell'implementazione per $|I(z)|$ mediante la tecnica dell'adattamento puntiforme con funzioni di base a dominio intero di tipo coseno nel caso di raggio della sezione trasversa pari 0.01λ . In questo caso, la soluzione approssimata mostra evidenti limiti nell'intorno di $z=0$.
- Un'analisi completa mostra che la corrente $I(z)$ nel dipolo a onda intera ha l'andamento mostrato in figura. Esiste una **componente in quadratura** con la tensione che in effetti si annulla per $z=0$. Tuttavia, si ha anche una **componente in fase** con la tensione che non è nulla ai morsetti di ingresso e che determina il trasferimento della potenza dal generatore sulla resistenza di radiazione.



- Il **momento elettrico del dipolo a onda intera** si ricava dalla formula generale, avendo l'accortezza di sostituire $I_0/\sin \pi$ con I_{0m} e ponendo $l=\lambda$:

$$N_z(\theta) = \frac{I_{0m}\lambda}{\pi} \left[\frac{\cos(\pi \cos \theta) + 1}{\sin^2 \theta} \right]$$

da cui la **lunghezza elettrica equivalente**:

$$h(\theta) = h_0(\theta) = \frac{\sin \theta}{I_{0m}} N_z(\theta) = \frac{\lambda}{\pi} \left[\frac{\cos(\pi \cos \theta) + 1}{\sin \theta} \right]$$

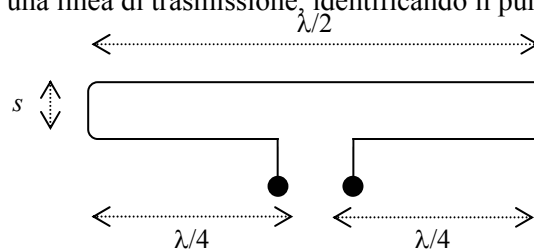
- I **parametri radiativi** del dipolo corto sono elencati di seguito:

$$U_n(\theta) = \left[\frac{\cos(\pi \cos \theta) + 1}{2 \sin \theta} \right]^2 \quad \text{con} \quad \begin{cases} h_M = 2\lambda / \pi \\ D_M = 2.41 \\ \Theta_{3dB} = 47.8^\circ \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} A_e = \frac{2.41}{4\pi} \lambda^2 \\ R_r \cong 165 \Omega \end{cases}$$

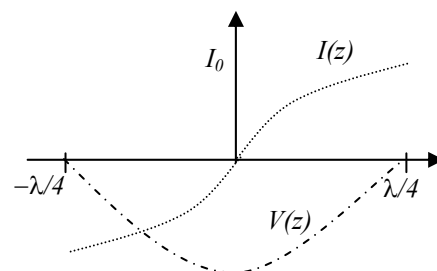
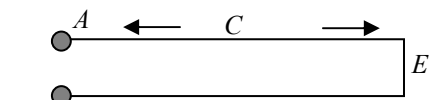
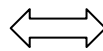
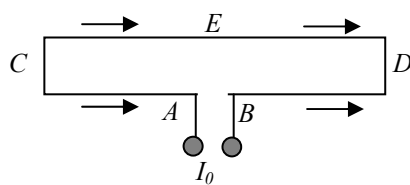
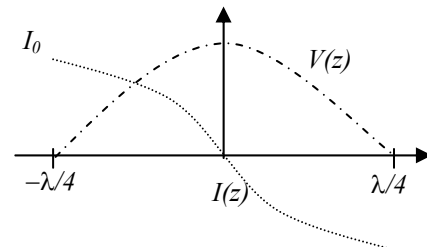
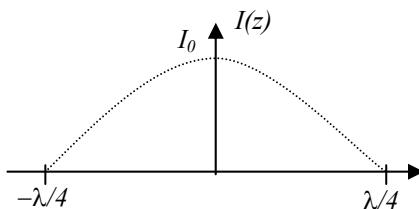
1. Il valore della **resistenza di radiazione** R_r fornito vale nell'ipotesi di dipolo sottile e risulta molto maggiore di quella del dipolo corto e a semionda. In realtà, R_r dipende significativamente dal diametro del conduttore, come può essere dedotto dalla figura del par. 3.5.c.
2. Agli **effetti della radiazione**, è come se esistesse solo la componente della corrente in quadratura con la tensione che determina R_r . Nella zona dei morsetti conta, invece, la sola corrente in fase che determina l'immagazzinamento dell'energia elettrica e magnetica (e, quindi, la reattanza dell'antenna), ma non contribuisce praticamente alla potenza irradiata.

3.6.d Dipolo ripiegato a semionda

- E' un'antenna a dipolo risonante a onda stazionaria (*folded dipole*). Si può pensare costituita da due dipoli a semionda collegati alle estremità, ovvero ottenuta a partire da un tratto di **conduttore lungo $l=\lambda$ ripiegato** in corrispondenza dei tratti terminali lunghi $\lambda/2$, come indicato in figura. La separazione s in distanza tra i due tratti a $\lambda/2$ deve essere $\ll \lambda/2$.
- La determinazione delle **caratteristiche radiative** del dipolo ripiegato può essere effettuata in modo approssimativo ricorrendo all'analogia con una linea di trasmissione, identificando il punto centrale e i punti di ripiegatura.



- La struttura può essere schematizzata come una **linea di trasmissione lunga $\lambda/2$ cortocircuitata** ad una estremità. L'impedenza ad ogni sezione di una tale linea è reattiva con tensione e corrente sfasate di $\pi/2$.



- I due punti C e D in cui il conduttore è **ripiegato** sono sedi di nodi di corrente come rappresentato nella figura. Considerando che in corrispondenza dei nodi la **corrente** cambia di segno, si ottiene che le correnti nei due conduttori affiancati del dipolo ripiegati hanno la stessa distribuzione (stesso verso). Pertanto, il **campo irradiato dal dipolo**

ripiegato è doppio (e la potenza irradiata è quadrupla) rispetto a quello creato da un dipolo a semionda, a parità di corrente impressa I_0 .

- Viceversa, a parità di campo e quindi di potenza irradiata W_r , la corrente di alimentazione necessaria nel dipolo ripiegato è la metà di quella del dipolo a semionda eccitato da una corrente impressa I_0 . Si trova quindi che, rispetto alla resistenza di radiazione R_{rHD} di ingresso di un dipolo a semionda, la **resistenza di radiazione** R_{rFD} di un dipolo ripiegato è quadrupla:

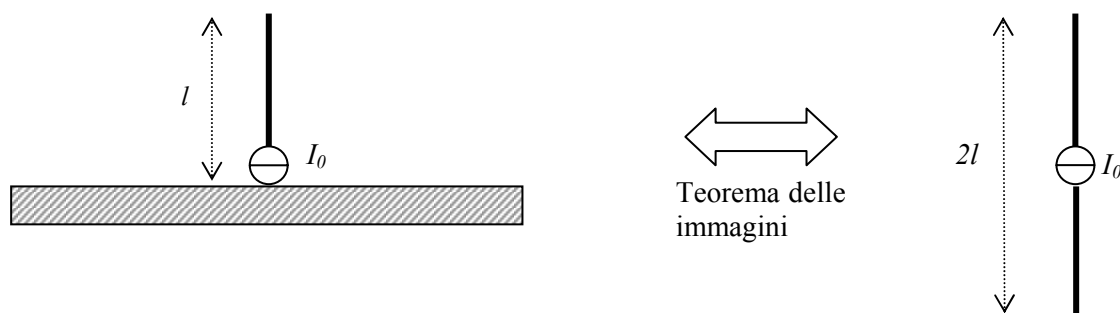
$$R_{rFD} = 2 \frac{W_r}{|I_0/2|^2} = 4 \left(2 \frac{W_r}{|I_0|^2} \right) = 4R_{rHD}$$

Essendo $R_{rHD} \approx 73\Omega$, si ottengono valori di **R_{rFD} dell'ordine di 300 ohm** che sono comparabili all'impedenza di un cavo bifilare (e.g., piattina) che può essere utilmente utilizzato per alimentare l'antenna in condizioni di massimo adattamento di impedenza.

- Si noti che la tensione nel punto centrale E è nulla se la linea di alimentazione è bilanciata, per cui in tale punto l'antenna può essere **collegata a massa** (connessa al sostegno). Opportuni **adattatori** detti BALUN (Balanced to Unbalanced) consentono di collegare l'antenna anche a linee sbilanciate, come i cavi coassiali.
- La **banda di frequenza** B del dipolo ripiegato è più larga di quella di un dipolo a semionda, pur essendo le proprietà radiative del tutto simili. Infatti, il dipolo ripiegato può pensarsi come un dipolo cilindrico a $\lambda/2$ con diametro equivalente più grande del diametro del conduttore di partenza. Si è già osservato come la banda B dell'antenna risonante serie cresce al crescere delle dimensioni della sezione dell'antenna. Il dipolo ripiegato a semionda viene comunemente usato nelle **antenne Yagi-Uga** come dipolo attivo.

3.6.e Antenne lineari a monopolo

- Sono dipoli in cui un estremo viene **cortocircuitato**, ovvero posto a massa, per cui si parla (impropriamente) di monopoli (*monopole antennas*). La cortocircuitazione avviene, generalmente, ponendo l'antenna verticalmente su un piano elettrico conduttore.
- Lo studio di tali antenne si riconduce a quello di antenne di lunghezza doppia in spazio libero, utilizzando il **teorema delle immagini**. Si noti che, nel caso di antenne orizzontali, la corrente immagine tende ad annullare la corrente del monopolo.



- I parametri radiativi dell'antenna a monopolo si ottengono da quelli corrispondenti dell'antenna a **dipolo in spazio libero** lungo $2l$ considerando il fatto che, a parità di campo e.m. (e, quindi, di densità di potenza P_∞), accade che:
 1. La **potenza irradiata** W_{rMP} da un monopolo è pari alla metà di quella W_{rDP} del dipolo in quanto si distribuisce su una semisfera:

$$W_{rMP} = \int_{2\pi} r^2 P_\infty(r, \theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} r^2 P_\infty(r, \theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi = \frac{W_{rDP}}{2}$$

2. Ne consegue che, dalle definizioni, la **direttività** D_{MP} del monopolo è doppia rispetto a quella del dipolo:

$$D_{MP} = 4\pi \cdot \frac{P_{\infty}}{W_{rMP}} = 8\pi \cdot \frac{P_{\infty}}{W_{rDP}} = 2D_{DP}$$

mentre la **resistenza di radiazione** R_{rMP} è la metà di quella del dipolo R_{rDP} (essendo la corrente impressa I_0 uguale):

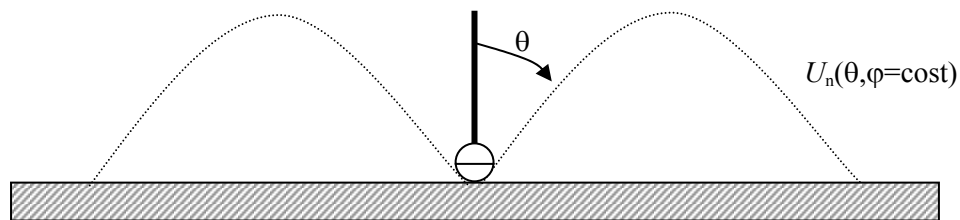
$$R_{rMP} = 2 \frac{W_{rMP}}{|I_0|^2} = \frac{W_{rDP}}{|I_0|^2} = \frac{R_{rDP}}{2}$$

3. La **lunghezza elettrica equivalente** h_{MP} del monopolo sarà pari a metà di quella h_{DP} del dipolo, essendo il momento elettrico dimezzato:

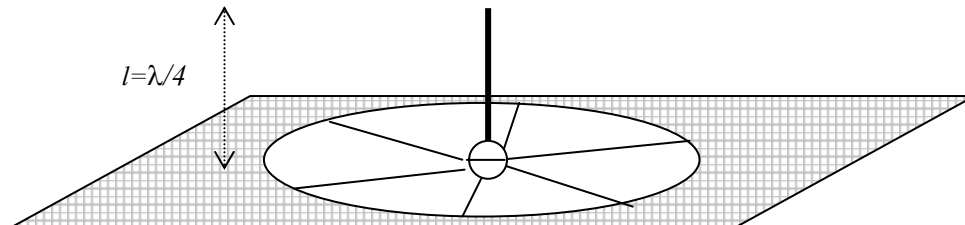
$$h_{MP} = \sin \theta \int_0^l \frac{I(z')}{I_0} e^{jkz' \cos \theta} dz' = \frac{\sin \theta}{2} \int_{-l}^l \frac{I(z')}{I_0} e^{jkz' \cos \theta} dz' = \frac{h_{DP}}{2}$$

per cui, in ricezione e a parità di campo incidente, tensione a vuoto V_{aMP} del monopolo sarà metà di quella del dipolo V_{aDP} .

- L'**intensità di radiazione normalizzata** U_n di monopoli, per quanto detto, sarà uguale a quella del dipolo equivalente che include l'immagine, ma riferita al solo semispazio non occupato dal conduttore. Per esempio, nel caso di monopolo lungo $l \leq \lambda/2$ (assenza di lobi secondari del dipolo equivalente), si ha:

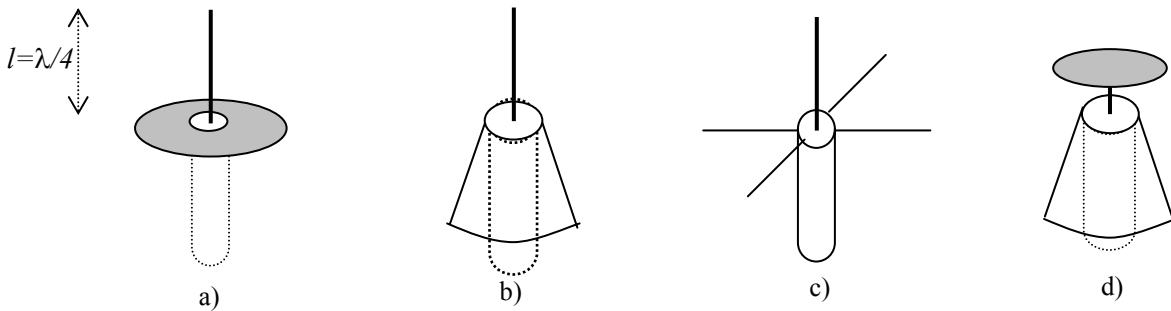


- Si noti che per realizzare il piano CEP, e quindi rendere più conduttore il terreno e avere una soddisfacente antenna immagine, si collega spesso il generatore a una **raggiera di conduttori di metallo** collegati tra loro. In questo, caso l'antenna a monopolo si dice **a contrappeso**.
- Tra le principali realizzazioni di antenne a monopolo, si menziona l'**antenna marconiana (o monopolo a $\lambda/4$)**, in cui $l = \lambda/4$ (*quarter-wavelength monopole*). È usata per radiodiffusioni a onde lunghe (LF: 30-300 kHz) e medie (MF: 300-3000 kHz) ed è realizzata mediante una torre irradiante, costituita da un traliccio di ferro isolato dal suolo.



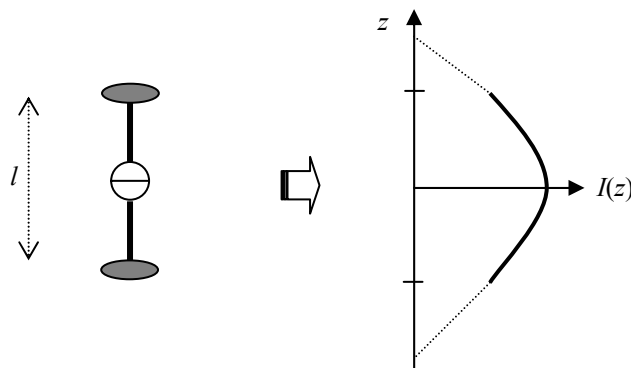
- Altre tipiche realizzazioni sono i **monopoli coassiali** (*ground-plane coaxial monopoles*), usualmente ricavate da cavi coassiali e utilizzate per comunicazioni in banda VHF e UHF sia fisse che mobili. L'elemento radiante di queste antenne è costituito dal conduttore interno del cavo coassiale, mentre il piano conduttore è collegato al conduttore esterno. Tra queste, ricordiamo:

- a) **monopolo a $\lambda/4$ a gonna circolare** (*circular skirt monopole*), in cui il piano conduttore CEP è realizzato artificialmente da un disco metallico di diametro $D > \lambda/2$. Il fatto che la superficie non è infinita, induce un'inclinazione del puntamento del lobo principale verso il basso rispetto al piano orizzontale.
- b) **monopolo a $\lambda/4$ a gonna conica** (*conical skirt monopole*), in cui il piano conduttore CEP è realizzato da una superficie conica di lato $s > \lambda/4$. Il diagramma di radiazione è inclinato verso il basso rispetto al piano orizzontale.
- c) **monopolo a $\lambda/4$ a gonna filiforme** (*wired ground-plane monopole*), in cui 4 conduttori radiali ortogonali tra loro, posti nel piano orizzontale e lunghi circa $\lambda/4$, realizzano il piano artificiale CEP. Variando la loro inclinazione rispetto al conduttore verticale, si varia l'impedenza di antenna (da 35 a 75 Ω) a scopi di adattamento.
- d) **monopolo corto a discono** (*discone monopole*), in cui il piano CEP è realizzato da una superficie conica, mentre l'elemento radiante è caricato tramite un disco (vedi antenne lineari caricate).



3.6.f Antenne lineari caricate

- Una comune tipologia è quella dei dipoli (*loaded dipoles*) in cui l'estremo libero del conduttore viene terminato con una piccola espansione (carico) che costituisce un'**impedenza di tipo capacitivo**. Lo scopo di tale carico è quello di consentire l'accumulo di cariche nell'estremo stesso così da trasformare la corrente di conduzione in corrente di spostamento rimuovendo quindi la condizione di annullamento della corrente $I(z)$ stessa (si veda dipolo elettrico elementare).



- L'effetto del carico, come visibile dalla figura nel caso in cui $l \ll \lambda$, è quello di avere una corrente $I(z)$ sensibilmente costante lungo z in modo da approssimare la distribuzione di I di un **dipolo elettrico elementare di uguale lunghezza**.
- Per esempio, nel caso di **dipolo a semionda caricato**, il risultato è che la lunghezza equivalente del dipolo caricato h_{LHD} rispetto a quello del dipolo non caricato h_{HD} risulterà pari a:

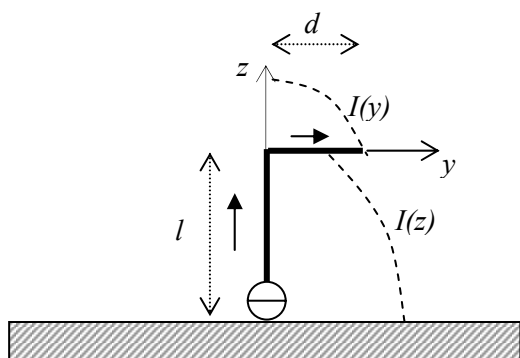
$$h_{LHD} \cong l \gg h_{HD} = \frac{\lambda}{\pi}$$

Tuttavia, mentre dal punto di vista delle proprietà radiative, l'antenna caricata si comporta come un dipolo hertziano, dal punto di vista dell'impedenza di ingresso, l'antenna caricata si comporta come un dipolo risonante a semionda.

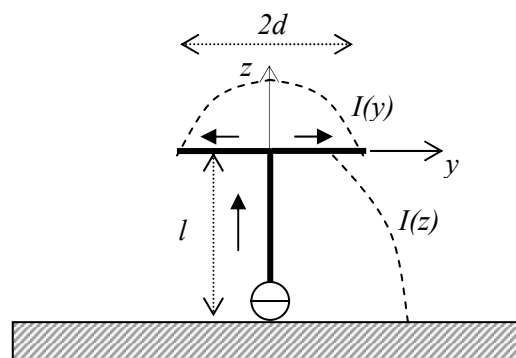
- Tipiche realizzazioni sono:

- l'**antenna marconiana a ombrello**, monopolo in cui il carico è costituito da una raggiera di conduttori, per applicazioni a bassa frequenza (VLF: 3-30 kHz, LF:30-300 kHz);
- l'**antenna marconiana a L rovesciata**, monopolo in cui il “carico” è costituito da un tratto orizzontale con un ramo di lunghezza $d < l$ e tale che la lunghezza complessiva l sia pari a $\lambda/4$ (i.e., $l+d = \lambda/4$);
- l'**antenna marconiana a T**, monopolo in cui il “carico” è costituito da un tratto orizzontale con due rami di lunghezza $d < l$ e tale che la lunghezza complessiva sia pari a $\lambda/4$ (i.e., $l+d = \lambda/4$);

Si noti che le **antenne a L e a T** si comportano, in realtà, come una linea aperta essendo i “carichi” tratti di filo ripiegati (a rigore, non sarebbe un'antenna rettilinea). Nel **tratto verticale** la corrente è quasi costante, fatto che aumenta la lunghezza elettrica equivalente. Il campo e.m. prodotto dal **tratto orizzontale** è trascurabile rispetto a quello del tratto verticale, sia perché il tratto è più corto e percorso da corrente di ampiezza inferiore, sia perché la sua immagine (dovuta al piano CEP) tende ad annullarne la corrente essendo percorsa da corrente uguale e opposta.

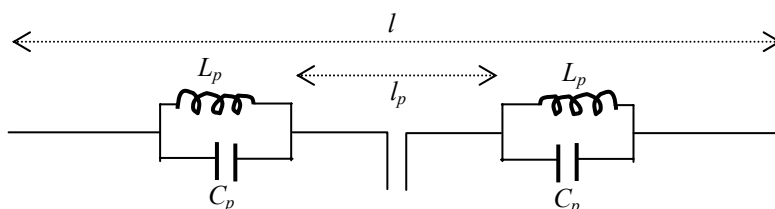


Antenna marconiana a L rovesciata



Antenna marconiana a T

- Un'altra tipologia di antenne caricate, utilizzate in banda MF e HF, è quella delle **antenne lineari multibanda** (*multiband antennas*). In tal caso, il caricamento dell'antenna non avviene all'estremità, ma lungo il tratto di conduttore. Il principio è basato sull'aggiunta di una **reattanza** (induttori, condensatori o circuito risonante parallelo L-C) in serie al dipolo in modo da renderlo risonante alla frequenza desiderata. Un esempio di struttura di **antenna a tre bande** è la seguente:



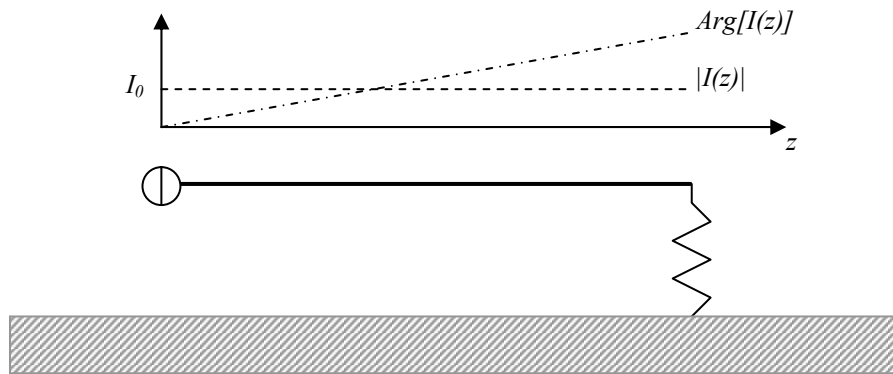
- Il **circuito risonante parallelo L-C** è scelto in modo da essere risonante alla frequenza $f_0 = (L_p C_p)^{-1/2}$ tale che l'antenna si comporti come un dipolo a semionda di lunghezza $l_p = \lambda_0/2$. Il circuito risonante fornisce un'impedenza elevata alla corrente dell'antenna isolando, alla frequenza f_0 , efficacemente la porzione del dipolo esterna al tratto l_p dal tratto interno. Pertanto, l'antenna è risonante come un dipolo lungo $l_p = \lambda_0/2$.
- Per un'opportuna frequenza $f_{DL} < f_0$, il circuito risonante parallelo mostrerà una reattanza netta di tipo induttivo così da presentare un'induttanza L_p in serie con il dipolo lungo l (i.e., $Y_p = 1/j\omega L_p + j\omega C_p \approx 1/j\omega L_p \approx 1/X_p$). Se l'antenna a dipolo è risonante serie (i.e., $l = n\lambda/2$), l'aggiunta di una di un'induttanza L_p in serie è tale da aumentare l'induttanza totale e quindi **ridurre la frequenza risonante** f_D del dipolo lungo l non caricato al valore f_{DL} .
- Viceversa, per un'altra opportuna frequenza $f_{DC} > f_0$, il circuito risonante parallelo mostrerà una reattanza netta di tipo capacitivo così da presentare una capacità C_p in serie con il dipolo lungo l (i.e., $Y_p = 1/j\omega L_p + j\omega C_p \approx j\omega C_p \approx 1/X_p$). Se l'antenna a dipolo è risonante serie (i.e., $l = n\lambda/2$), l'aggiunta di una di una capacità C_p in serie è tale da ridurre la capacità totale e quindi **aumentare la frequenza risonante** f_D del dipolo lungo l non caricato al valore f_{DC} .

3.6.g Antenne lineari a onda progressiva

- Sono antenne rettilinee caricate in cui è presente solo l'onda di corrente progressiva. Tale condizione è, in genere, realizzata connettendo l'estremo opposto al generatore a un **carico dissipativo**. La **distribuzione di corrente**, per quanto detto, è del tipo:

$$I(z) = I^+ e^{-jkz} = I_0 e^{-jkz} \quad \text{per } 0 < z < l$$

- Un esempio di tale antenna è quello in cui l'estremità è connessa con un'opportuna impedenza al terreno visto come carico dissipativo (i cui effetti si possono considerare applicando il teorema delle immagini, come già visto):



- Si fa in modo che la linea di trasmissione equivalente dell'antenna sia una linea adattata, ovvero chiusa su un carico pari all'impedenza caratteristica della linea. Il **momento elettrico** di tale antenna è facilmente calcolabile:

$$N_z(\theta) = \int_0^l I(z') e^{jkz' \cos \theta} dz' = I^+ \int_0^l e^{jkz'(\cos \theta - 1)} dz' = \frac{I^+}{jk(\cos \theta - 1)} [e^{jkl(\cos \theta - 1)} - 1]$$

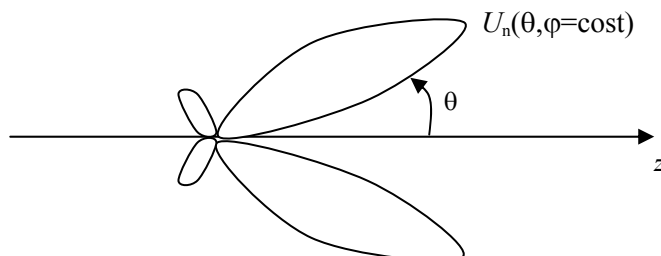
da cui:

$$N_z(\theta) = 2I^+ e^{jk(\cos \theta - 1)l/2} \frac{\sin[k(\cos \theta - 1)l/2]}{k(\cos \theta - 1)}$$

La **lunghezza elettrica equivalente** è:

$$h(\theta) = \frac{\sin \theta}{I^+} N_z(\theta) = 2 \sin \theta \frac{\sin[k(\cos \theta - 1)l/2]}{k(\cos \theta - 1)} e^{jk(\cos \theta - 1)l/2}$$

L'**intensità di radiazione** per $l=\lambda$ ha la tipica forma di un diagramma a “farfalla”:



Si noti che la lunghezza elettrica equivalente di un'antenna a onda stazionaria si ottiene sommando alla lunghezza dell'antenna a onda progressiva quella relativa alla corrispondente onda regressiva (i.e., $\bar{I} \exp(+jkz)$).

Il **diagramma di radiazione** ottenuto si spiega considerando che ciascun dipolo elementare infinitesimo di lunghezza dz' , secondo cui si può pensare di scomporre l'antenna, contribuisce al campo irradiato in una determinata θ . Per $q=0$ (lungo l'asse z) tutti i dipoli elementari hanno un nullo del diagramma di radiazione. La direzione del

massimo guadagno è quella per cui la diversa fase della corrente, crescente linearmente lungo z , compensa lo sfasamento dei contributi del campo dovuto alla diversa distanza dei dipoli elementari dal punto di osservazione (vedi capitolo sugli allineamenti).

- Le **caratteristiche di direttività** dipendono dalla lunghezza elettrica del conduttore (e.g., al crescere di l/λ , l'angolo tra i 2 lobi principali diminuisce e aumenta il numero dei lobi secondari) e dall'attenuazione della distribuzione di corrente lungo il conduttore (e.g., i lobi si deformano se l'attenuazione è alta). Il **pregio** di queste antenne è l'indipendenza dell'impedenza di ingresso dalla frequenza essendo equivalente a una linea adattata. Tuttavia, la dissipazione di potenza nella resistenza terminale riduce alquanto l'efficienza di radiazione.