

4.7 ANTENNE A RIFLETTORE

- Sono antenne costituite da un *illuminatore*, antenna piccola e poco direttiva, e da una o più superfici metalliche (*riflettore*) che hanno proprietà di focalizzare i raggi ottici proveniente dall'esterno sull'illuminatore (in ricezione) ovvero di collimare i raggi emergenti dall'illuminatore (in trasmissione). Sono antenne in genere molto direttive con superfici metalliche di considerevoli dimensioni
- Si studiano mediante il metodo delle correnti indotte o la teoria dell'apertura. Entrambi i metodi richiedono di conoscere il campo tangenziale su di una superficie di riferimento (l'apertura o la superficie metallica). Quest'ultimo viene determinato con la teoria dell'ottica geometrica.

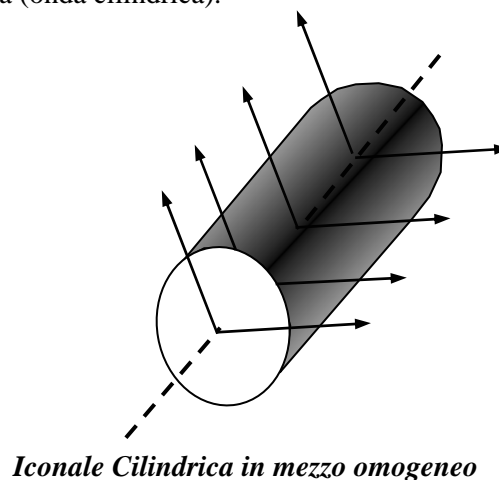
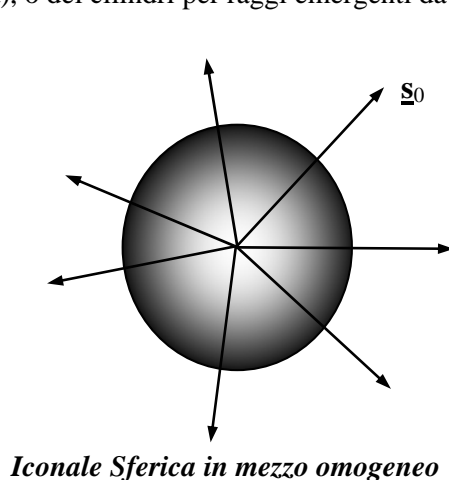
4.7.a Cenni di ottica geometrica

- L'**ottica geometrica** è una soluzione asintotica delle equazioni di Maxwell in un mezzo non omogeneo nel limite di lunghezza d'onda tendente a zero (frequenza che tende all'infinito). Interpreta i fenomeni propagativi in termini di raggi ottici e superfici iconali (superfici equifase o fronti d'onda).
- La soluzione per il campo elettromagnetico nell'approssimazione di ottica geometrica nel caso particolare di mezzi isotropi e privi di perdite è la seguente:

$$\underline{\mathbf{E}}(\underline{\mathbf{r}}) = \underline{\mathbf{E}}_o(\underline{\mathbf{r}}) e^{-jk_o L(\underline{\mathbf{r}})}$$

dove k_o è la costante di propagazione nel vuoto, $\underline{\mathbf{E}}_o(\underline{\mathbf{r}})$ è una funzione vettoriale reale che rappresenta l'**ampiezza del campo**. Il termine $k_o L(\underline{\mathbf{r}}) = 2\pi L(\underline{\mathbf{r}})/\lambda$ rappresenta la fase del campo e $L(\underline{\mathbf{r}})$ è detta la **funzione iconale**.

- Si noti l'analogia con la soluzione particolare di onda piana in cui l'ampiezza $\underline{\mathbf{E}}_o(\underline{\mathbf{r}}) = \underline{\mathbf{E}}_0$ è costante e la fase $k_o L(\underline{\mathbf{r}})$ ha la forma $\underline{\mathbf{k}} \cdot \underline{\mathbf{r}}$. La **funzione iconale** è reale in mezzi privi di perdite ed il luogo dei punti $\underline{\mathbf{r}}$ dove $L(\underline{\mathbf{r}}) = L_0$ è costante sono le superfici equifase. La famiglia delle normali alla superficie iconale costituisce i **raggi ottici** detti anche **traiettorie ottiche**. Sui raggi si introduce l'ascissa curvilinea s .
- Il campo è un'onda TEM localmente piana che si propaga lungo il raggio ottico, ovvero nella direzione del versore $\underline{\mathbf{s}}_0$ normale alle superfici equifase ($\underline{\mathbf{s}}_0$ parallelo a $\nabla L(\underline{\mathbf{r}})$ e tangente ai raggi). Il vettore di Poynting è diretto lungo $\underline{\mathbf{s}}_0$.
- In un mezzo omogeneo i raggi sono rettilinei e le superfici iconali, ad essi sempre normali, possono avere forme diverse. Ad esempio possono essere delle sfere per raggi emergenti da un punto (onda sferica), o dei cilindri per raggi emergenti da una retta (onda cilindrica).



- Alla superficie di separazione tra due mezzi diversi (indici di rifrazione n_1 e n_2) un'onda incidente viene riflessa e rifratta secondo le leggi di Snell relative al piano tangente alla superficie nel punto di incidenza. I coefficienti di riflessione e trasmissione sono forniti dalla formule di Fresnel. Ricordiamo le formule di Snell per raggio incidente con versore \underline{s}_i e angolo θ_i rispetto alla normale, raggio riflesso con versore \underline{s}_r e angolo θ_r e raggio trasmesso con versore \underline{s}_t e angolo θ_t :

$$\theta_i = \theta_r \quad \sin \theta_t = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i$$

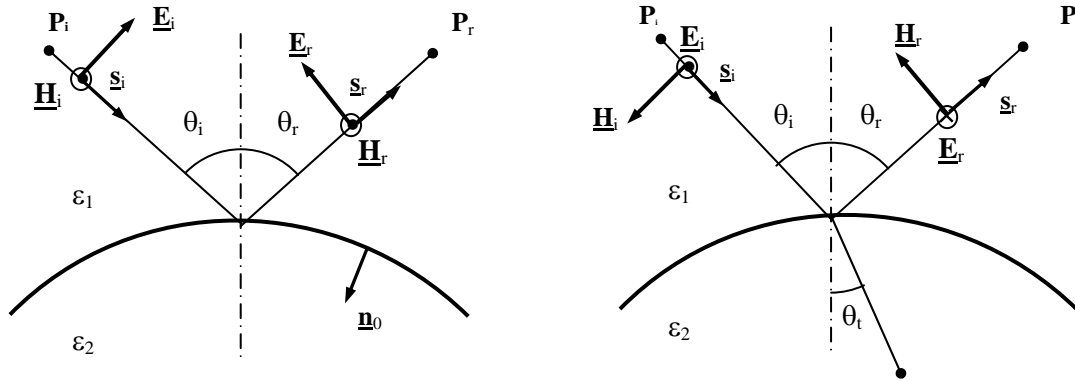


Figura: Polarizzazione verticale

Polarizzazione Orizzontale

- L'espressione vettoriale della legge di riflessione è, come indicato nella costruzione vettoriale:

$$\underline{s}_r = \underline{s}_i - 2(\underline{n}_0 \cdot \underline{s}_i) \underline{n}_0$$

Dimostrazione.

- La continuità delle componenti tangenziali dei campi impone che la componente tangenziale dei vettori di propagazione delle tre onde incidente, riflessa e trasmessa siano uguali (Ref. Gerosa, Lampariello, Lezioni di Campi Eletromagnetici). Si richiede pertanto:

$$\underline{n}_0 \times k_1 \underline{s}_i \times \underline{n}_0 = \underline{n}_0 \times k_1 \underline{s}_r \times \underline{n}_0$$

- Sfruttando le seguenti identità vettoriale:

$$\underline{n}_0 \times \underline{s}_i \times \underline{n}_0 = \underline{s}_i (\underline{n}_0 \cdot \underline{n}_0) - \underline{n}_0 (\underline{n}_0 \cdot \underline{s}_i) = \underline{s}_i - \underline{n}_0 (\underline{n}_0 \cdot \underline{s}_i)$$

$$\underline{n}_0 \times \underline{s}_r \times \underline{n}_0 = \underline{s}_r (\underline{n}_0 \cdot \underline{n}_0) - \underline{n}_0 (\underline{n}_0 \cdot \underline{s}_r) = \underline{s}_r - \underline{n}_0 (\underline{n}_0 \cdot \underline{s}_r)$$

- Semplificando il fattore comune k_1 devono essere uguali le componenti tangenziali di \underline{s}_i e \underline{s}_r :

$$\underline{s}_i - \underline{n}_0 (\underline{n}_0 \cdot \underline{s}_i) = \underline{s}_r - \underline{n}_0 (\underline{n}_0 \cdot \underline{s}_r)$$

- Eguagliandone i moduli quadri e ricordando che i versori hanno modulo unitario:

$$|\underline{s}_i - \underline{n}_0(\underline{n}_0 \cdot \underline{s}_i)|^2 = |\underline{s}_r + \underline{n}_0(\underline{n}_0 \cdot \underline{s}_r)|^2 \Rightarrow \underline{s}_i \cdot \underline{s}_i - (\underline{n}_0 \cdot \underline{s}_i)^2 = \underline{s}_r \cdot \underline{s}_r - (\underline{n}_0 \cdot \underline{s}_r)^2 \Rightarrow \underline{n}_0 \cdot \underline{s}_r = \pm \underline{n}_0 \cdot \underline{s}_i$$

- Utilizzando la soluzione con il segno meno $\underline{s}_i \cdot \underline{n}_0 = -\underline{s}_r \cdot \underline{n}_0$ (quella con il segno + conduce al caso banale $\underline{s}_r = \underline{s}_i$) si ottiene la relazione cercata:

$$\underline{s}_r = \underline{s}_i - \underline{n}_0(\underline{n}_0 \cdot \underline{s}_i) + \underline{n}_0(\underline{n}_0 \cdot \underline{s}_r) = \underline{s}_i - 2\underline{n}_0(\underline{n}_0 \cdot \underline{s}_i)$$

- Nel caso di mezzo inferiore CEP, il campo elettrico e quello magnetico dell'onda riflessa sono esprimibili in funzione di quelli dell'onda incidente (si verifica facilmente nei casi di polarizzazione verticale e orizzontale in figura):

$$\underline{E}_r = -\underline{E}_i + 2(\underline{n}_0 \cdot \underline{E}_i)\underline{n}_0$$

$$\underline{H}_r = \underline{H}_i - 2(\underline{n}_0 \cdot \underline{H}_i)\underline{n}_0$$

Dimostrazione.

- Alla superficie del riflettore S, il campo elettrico tangenziale totale \underline{E} , somma di quello dell'onda incidente e quello dell'onda riflessa, deve annullarsi. Per cui:

$$\underline{n}_0 \times \underline{E} = \underline{n}_0 \times (\underline{E}_i + \underline{E}_r) = 0$$

- Ricordando le proprietà del campo e.m. nella condizione di ottica geometrica per cui sia l'onda incidente che riflessa devono essere onde localmente piane rispetto al raggio ottico corrispondente, deve essere:

$$\underline{s}_i \cdot \underline{E}_i = 0 \quad \text{e} \quad \underline{s}_r \cdot \underline{E}_r = 0$$

- Come noto, vale anche (si noti che, il verso di \underline{n}_0 è indifferente in quanto, essendo presente 2 volte nello stesso termine, l'espressione rimane inalterata):

$$\underline{s}_r = \underline{s}_i - 2(\underline{n}_0 \cdot \underline{s}_i)\underline{n}_0$$

- Si può, allora, scrivere che:

$$\underline{s}_i \cdot \underline{E}_i + \underline{s}_r \cdot \underline{E}_r = \underline{s}_i \cdot \underline{E}_i + [\underline{s}_i - 2(\underline{n}_0 \cdot \underline{s}_i)\underline{n}_0] \cdot \underline{E}_r = \underline{s}_i \cdot (\underline{E}_i + \underline{E}_r) - 2(\underline{n}_0 \cdot \underline{s}_i)\underline{n}_0 \cdot \underline{E}_r = 0$$

- Ma, dalla condizione di nullità della componente tangenziale di \underline{E} , \underline{E} è tutto normale a S, ovvero:

$$\underline{E}_i + \underline{E}_r = [(\underline{E}_i + \underline{E}_r) \cdot \underline{n}_0]\underline{n}_0$$

- Da cui, la precedente equazione diventa:

$$\underline{s}_i \cdot [(\underline{E}_i + \underline{E}_r) \cdot \underline{n}_0]\underline{n}_0 - 2(\underline{n}_0 \cdot \underline{s}_i)\underline{n}_0 \cdot \underline{E}_r = (\underline{n}_0 \cdot \underline{s}_i)[(\underline{E}_i + \underline{E}_r) \cdot \underline{n}_0] - 2(\underline{n}_0 \cdot \underline{s}_i)(\underline{E}_r \cdot \underline{n}_0) = 0$$

- Semplificando, si ottiene l'eguaglianza delle componenti normali del campo incidente e riflesso:

$$\underline{\mathbf{E}}_i \cdot \underline{\mathbf{n}}_0 - \underline{\mathbf{E}}_r \cdot \underline{\mathbf{n}}_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\mathbf{E}}_i \cdot \underline{\mathbf{n}}_0 = \underline{\mathbf{E}}_r \cdot \underline{\mathbf{n}}_0$$

- Quindi, è possibile la prima equazione nel seguente modo:

$$\underline{\mathbf{n}}_0 \times \underline{\mathbf{E}}_i \times \underline{\mathbf{n}}_0 = -\underline{\mathbf{n}}_0 \times \underline{\mathbf{E}}_r \times \underline{\mathbf{n}}_0$$

ovvero:

$$\underline{\mathbf{E}}_i - (\underline{\mathbf{n}}_0 \cdot \underline{\mathbf{E}}_i) \underline{\mathbf{n}}_0 = -[\underline{\mathbf{E}}_r - (\underline{\mathbf{n}}_0 \cdot \underline{\mathbf{E}}_r) \underline{\mathbf{n}}_0]$$

- Sfruttando l'eguaglianza delle componenti normali, si ottiene:

$$\underline{\mathbf{E}}_i - (\underline{\mathbf{n}}_0 \cdot \underline{\mathbf{E}}_i) \underline{\mathbf{n}}_0 = -\underline{\mathbf{E}}_r + (\underline{\mathbf{n}}_0 \cdot \underline{\mathbf{E}}_r) \underline{\mathbf{n}}_0$$

- e, quindi, l'importante risultato che consente di esprimere il campo riflesso localmente su una superficie S di un CEP in funzione del solo campo incidente (noto) su S:

$$\underline{\mathbf{E}}_r = -\underline{\mathbf{E}}_i + 2(\underline{\mathbf{n}}_0 \cdot \underline{\mathbf{E}}_i) \underline{\mathbf{n}}_0$$

- Dalla precedente equazione e dalla condizione di onda piana uniforme sulla superficie S, si ottiene anche il campo magnetico riflesso dalla superficie CEP in funzione di quello incidente. Essendo $|\underline{\mathbf{E}}_i| = \eta |\underline{\mathbf{H}}_i|$, $|\underline{\mathbf{E}}_r| = \eta |\underline{\mathbf{H}}_r|$ si ottiene:

$$\underline{\mathbf{H}}_r = \frac{1}{\eta} \underline{\mathbf{s}}_r \times \underline{\mathbf{E}}_r = \underline{\mathbf{H}}_i - 2(\underline{\mathbf{n}}_0 \cdot \underline{\mathbf{H}}_i) \underline{\mathbf{n}}_0$$

Note:

- L'ottica geometrica è una soluzione asintotica per $\lambda \rightarrow 0$. Nei casi reali si applica a **problemi** in cui
 - 1) l'indice di rifrazione del mezzo cambia poco su distanze molto piccole rispetto alla lunghezza d'onda;
 - 2) vi sono superfici di discontinuità tra due mezzi differenti che abbiano raggi di curvatura grandi rispetto alla lunghezza d'onda (per cui localmente si possono assumere per i raggi le leggi della riflessione e rifrazione).
- Conoscendo l'ampiezza del campo su una superficie equifase si dimostra che è determinato il campo lungo il medesimo raggio ottico su qualsiasi altra superficie equifase. Secondo l'ottica geometrica pertanto, a differenza di quanto espresso in generale dal principio di Huygens, **il campo in un punto dipende solo da quello nei punti che giacciono sul medesimo raggio ottico** e non dipende dal campo lungo i raggi adiacenti.
- La propagazione avviene seguendo raggi ottici generalmente curvilinei. Nell'approssimazione dell'ottica geometrica **il campo è un'onda TEM localmente piana** diretta lungo il raggio ottico. Il vettore di Poynting è diretto lungo il raggio ottico (versore $\underline{\mathbf{s}}_0$), ovvero risulta:

$$\underline{\mathbf{E}}_0(\underline{\mathbf{r}}) \cdot \underline{\mathbf{s}}_0 = 0 \quad \text{e} \quad \underline{\mathbf{H}}_0(\underline{\mathbf{r}}) = \frac{1}{\eta} \underline{\mathbf{s}}_0 \times \underline{\mathbf{E}}_0(\underline{\mathbf{r}})$$

da cui:

$$\underline{\mathbf{P}} = \frac{1}{2} \underline{\mathbf{E}} \times \underline{\mathbf{H}}^* = \frac{1}{2} \underline{\mathbf{E}}_o \times \underline{\mathbf{H}}_o^* = \frac{1}{2\eta} |\underline{\mathbf{E}}_o|^2 \underline{\mathbf{s}}_o$$

➤ Legge dell'uguale percorso ottico

- Una volta costruiti i raggi ottici o le superfici iconali, è possibile ricavare la differenza di fase tra due punti di coordinate curvilinee s_1 e s_2 lungo un raggio. Si dimostra che la differenza di fase $\Delta\Phi$ è pari a:

$$\Delta\Phi = k_0(L(s_2) - L(s_1)) = k_0 \int_{s_1}^{s_2} n(s) ds$$

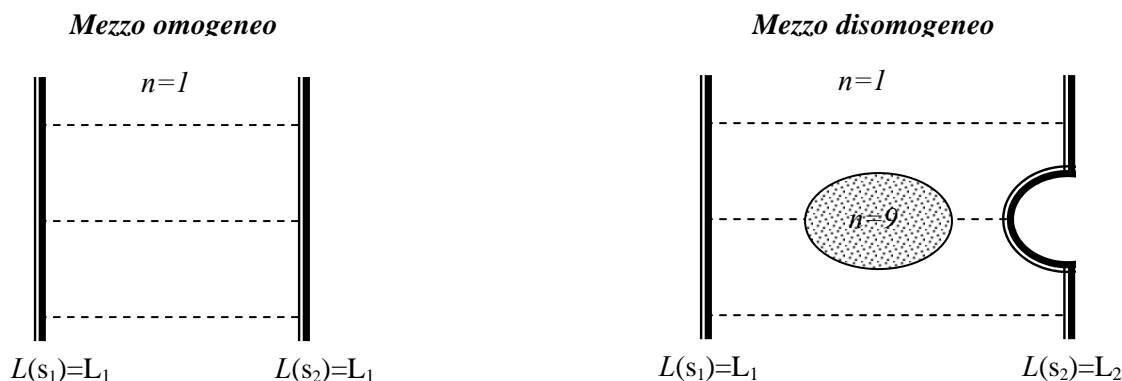
L'integrale viene chiamato **percorso ottico** e nel caso in cui $n=1$ (il vuoto) coincide con la lunghezza geometrica del raggio congiungente s_1 e s_2 .

- Pertanto, considerando due iconali $L(s_1)=L_1$ e $L(s_2)=L_2$, per qualunque raggio congiungente due punti s_1 e s_2 giacenti sulle due iconali, vale la seguente proprietà di uguaglianza dei percorsi ottici:

$$\int_{s_1}^{s_2} n(s) ds = L(s_2) - L(s_1) = L_2 - L_1.$$

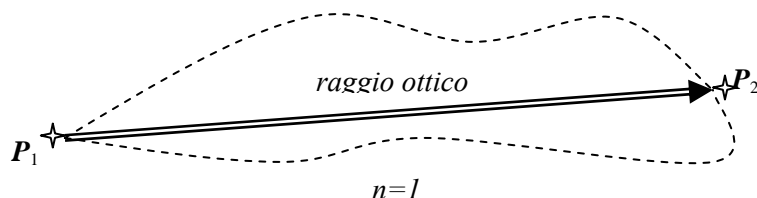
Nota

- Considerate due superfici iconali L_1 (iconale di ingresso) e L_2 (iconale di uscita) è possibile, in linea di principio, determinare il mezzo $n(\mathbf{r})$ che genera L_2 assegnata L_1 . Non essendo uguali in genere i percorsi geometrici che collegano due punti delle iconali, le variazioni spaziali di $n(\mathbf{r})$ saranno tali da rendere uguali i percorsi ottici. L'esempio seguente mostra l'effetto della disomogeneità del mezzo sulla propagazione della superficie iconale.



➤ Principio di Fermat

- Presi due punti (P_1, P_2) nello spazio, il **raggio ottico** è la curva (a cui i due punti appartengono) che rende minimo il percorso ottico.
- Se il mezzo è omogeneo, ovvero $n(\mathbf{r})$ è costante, evidentemente il percorso minimo si ottiene con raggi ottici rettilinei. Esempio:



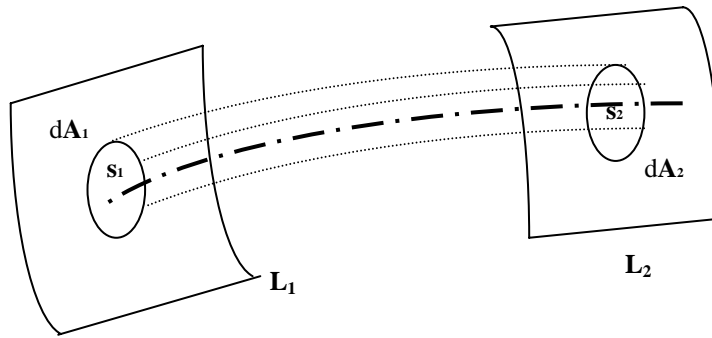
➤ Metodo del tubo di flusso

- Il **tubo di flusso** è una regione dello spazio delimitata lateralmente da una famiglia di raggi ottici che congiungono le frontiere di due superfici di area A_1 e A_2 giacenti su due iconali L_1 e L_2 . In mezzo non dissipativo il flusso del vettore di Poynting attraverso la superficie del tubo di flusso è nullo.
- Essendo nullo il flusso attraverso le pareti laterali (vettore di Poynting parallelo alle pareti e normale alle iconali), il flusso attraverso le superfici dA_1 e dA_2 è identico. Per elementi infinitesimi di superficie dA_1 e dA_2 :

$$|\underline{P}(s_1)|dA_1 = P_1dA_1 = |\underline{P}(s_2)|dA_2 = P_2dA_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2\eta_1}|\underline{E}_o(s_1)|^2 dA_1 = \frac{1}{2\eta_2}|\underline{E}_o(s_2)|^2 dA_2$$

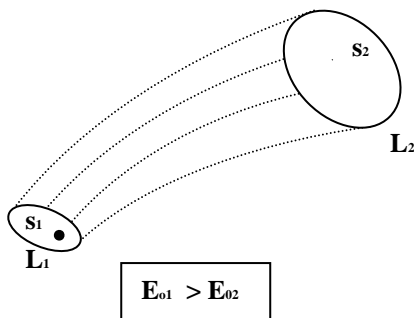
dove η_1 e η_2 sono le impedenze caratteristiche nei punti di coordinate curvilinee s_1 e s_2 sulle due iconali ($\eta_1 = \eta_2$ per mezzi omogenei). Quindi, i moduli dei campi sulla seconda iconale si calcolano a partire da quelli sulla prima iconale e del rapporto delle aree che esprime la divergenza dei raggi:

$$|\underline{E}_o(s_2)| = |\underline{E}_o(s_1)| \sqrt{\frac{\eta_2}{\eta_1}} \sqrt{\frac{dA_1}{dA_2}}$$

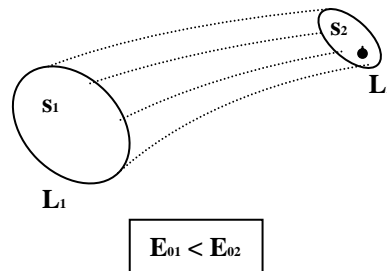


- Nel caso in cui $dA_2 > dA_1$ i raggi divergono ed il modulo del campo diminuisce nel passare dall'iconale L_1 all'iconale L_2 . Al contrario con $dA_2 < dA_1$ i raggi convergono ed il campo elettrico cresce da L_1 a L_2 .

Fascio divergente

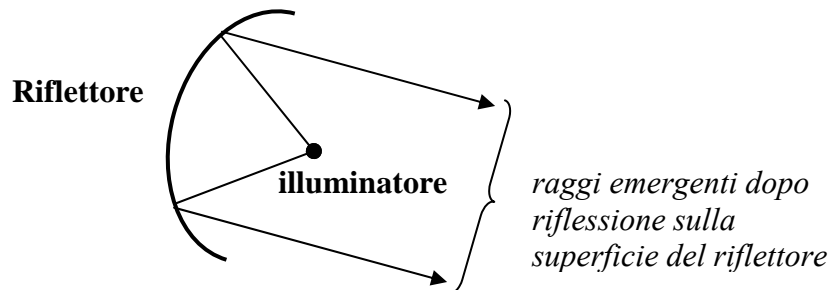


Fascio convergente

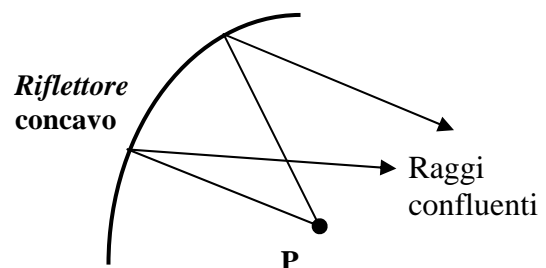
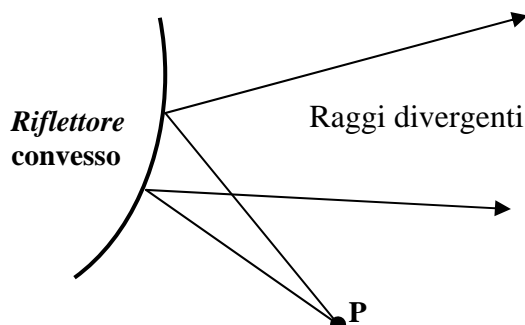
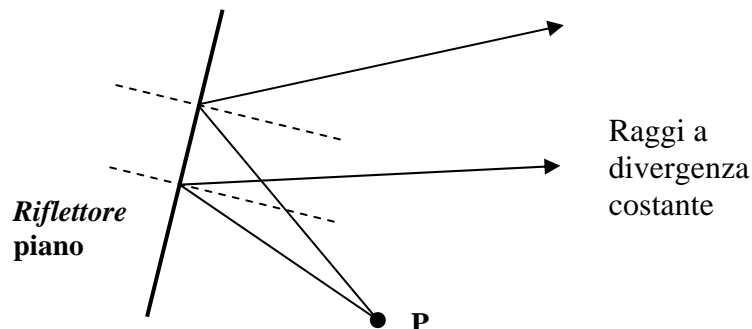


4.7.b Uso dell'ottica geometrica nelle antenne a riflettore

- Mediante la tecnica dei raggi, si seguono le traiettorie dal punto dell'illuminatore fino al punto di osservazione o viceversa. La **traiettoria** seguita dai raggi a seguito delle riflessioni sulla superficie del riflettore si può determinare con il principio di Fermat, mentre la variazione dell'**ampiezza** del campo lungo il raggio stesso con il metodo del tubo di flusso.



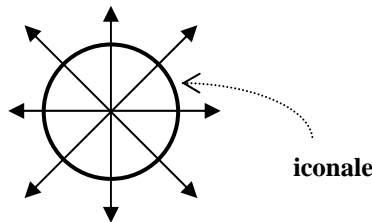
- Notiamo che, se un fascio di raggi incide su una superficie riflettente piana (**riflettori piani**) le leggi di Snell mostrano che la loro divergenza rimane invariata. In generale invece, a seconda della forma della superficie riflettente (concava o convessa) essi possono ulteriormente divergere (riflettore convesso) o convergere (riflettore concavo). Conseguentemente, secondo il metodo del tubo di flusso, diminuisce o cresce la densità di potenza lungo i raggi. Una opportuna forma della superficie riflettente può determinare, a partire da una **iconale di ingresso** (per esempio sferica), una **iconale di uscita** che soddisfa i requisiti del sistema.



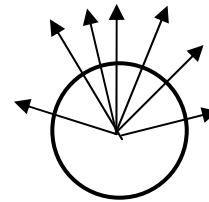
- Assumiamo l'**illuminatore si possa considerare puntiforme**. Le iconali che emergono dall'illuminatore sono sferiche. Per poter applicare il teorema del tubo di flusso si fa riferimento ad una iconale emergente dall'illuminatore con raggio r_1 piccolo, ma diverso da zero su cui si identifica una superficie dA . La **densità dei raggi ottici uscenti**, in base al metodo del tubo di flusso, fornisce la distribuzione della densità di potenza $P_1(\theta)$ nelle diverse direzioni θ :

$$P_1(\theta) = \frac{W_T}{4\pi r_1^2} D(\theta)$$

Esempi di distribuzione di raggi emergenti dall'illuminatore sono riportati di seguito



Illuminatore isotropo

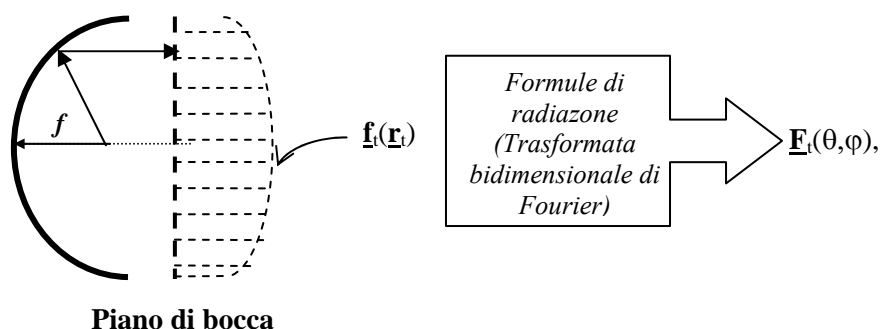


Illuminatore direttivo

- ❑ L'uso dell'ottica geometrica è limitato alle proprietà locali della soluzione per il campo e.m. Ad esempio, per un riflettore capace di collimare (i.e., rendere paralleli) i raggi uscenti dall'illuminatore, la **soluzione di ottica geometrica** fornirebbe densità di potenza concentrata in una sola direzione, ovvero una direttività infinita in tale direzione.
- ❑ Si utilizzano pertanto due metodologie per l'analisi delle proprietà radiative dell'antenna a riflettore: il **metodo delle correnti indotte** ed il **metodo dell'apertura**.

4.7.c Metodo dell'apertura

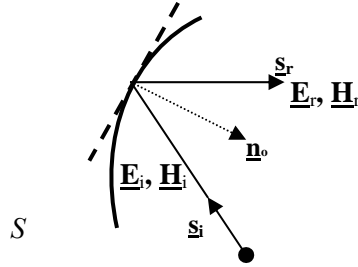
- ❑ Il metodo dell'apertura che consiste nel ricavare il campo irradiato a partire da una approssimazione di quello presente su una porzione di superficie piana (apertura), ovvero dalla conoscenza della **funzione di illuminazione**.
- ❑ Dopo aver usato l'ottica geometrica tra illuminatore e riflettore, si estende ancora l'approssimazione dell'ottica geometrica dal riflettore al **piano di bocca dell'antenna**, ricavando la distribuzione in ampiezza e fase dei campi tangenziali elettrici e/o magnetici su tale piano.



- ❑ Tale distribuzione rappresenta la funzione di illuminazione $\underline{f}_t(\underline{r}_t)$, da cui si ricava la radiazione a grande distanza applicando le **formule di radiazione**, ovvero calcolando la trasformata di Fourier della funzione di illuminazione (la **funzione di radiazione** $F(\underline{k}t)$), come abbiamo visto all'inizio del capitolo.

4.7.d Metodo delle correnti indotte

- Il **metodo delle correnti indotte** (detto anche approssimazione di **ottica fisica**) si basa sulle seguenti ipotesi:
 - il raggio di curvatura della superficie riflettente sia grande;
 - l'illuminatore si trovi sufficientemente distante dal riflettore.
- Localmente approssimiamo il **riflettore con un piano ad esso tangente**. La riflessione del raggio ottico incidente è approssimabile con quella di un'onda piana che incide su un piano indefinito conduttore. Ci riconduciamo allo studio di un problema di riflessione noto in cui sono presenti un'onda incidente $\underline{E}_i, \underline{H}_i$ e un'onda riflessa $\underline{E}_r, \underline{H}_r$.



- Considerando il riflettore un ostacolo CEP, applichiamo il teorema di induzione nella prima formulazione (campi interni all'oggetto nulli). Se $\underline{E}_i, \underline{H}_i$ è il campo e.m. incidente con le ipotesi fatte di superficie localmente piana e per le leggi della riflessione, risulta che la componente tangenziale di \underline{E} è nulla, mentre la componente tangenziale di \underline{H} è doppia rispetto a quella del campo incidente.
- Sulla superficie pertanto è presente solo una corrente superficiale indotta di tipo elettrico $\underline{k} = \underline{n}_o \times \underline{H}$, dove \underline{H} è il campo totale sulla superficie esterna. Essa è esprimibile in funzione del solo campo magnetico incidente dovuto all'illuminatore (noto):

$$\underline{k} = \underline{n}_o \times \underline{H} = \underline{n}_o \times (\underline{H}_i + \underline{H}_r) = 2(\underline{n}_o \times \underline{H}_i)$$

- Il campo irradiato si ricava, poi, applicando le formule di radiazione a partire dalla densità superficiale di corrente \underline{k} sulla superficie S del riflettore.

Dimostrazione.

- Abbiamo visto che per la riflessione da una superficie CEP vale la seguente:

$$\underline{H}_r = \frac{1}{\eta} \underline{s}_r \times \underline{E}_r = \underline{H}_i - 2(\underline{n}_0 \cdot \underline{H}_i) \underline{n}_0$$

- Si ottiene per le componenti tangenziali la seguente relazione:

$$\underline{n}_0 \times \underline{H}_r = \underline{n}_0 \times \underline{H}_i - \underline{n}_0 \times 2(\underline{n}_0 \cdot \underline{H}_i) \underline{n}_0 = \underline{n}_0 \times \underline{H}_i$$

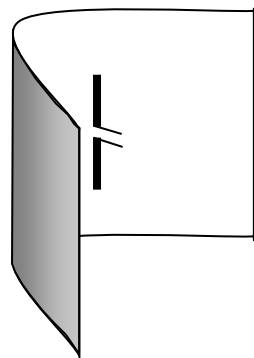
- E si trova la componente tangenziale del campo elettrico totale \underline{H} su S delimitante un CEP, ovvero l'espressione delle densità (superficiali) di corrente equivalente elettrica \underline{k} :

$$\underline{k} = \underline{n}_o \times \underline{H} = \underline{n}_o \times (\underline{H}_i + \underline{H}_r) = \underline{n}_o \times \underline{H}_i + \underline{n}_o \times \underline{H}_r = 2(\underline{n}_o \times \underline{H}_i)$$

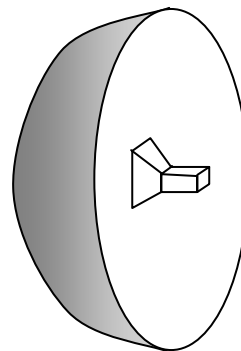
- ❑ Tra il metodo delle correnti indotte ed il metodo dell'apertura esistono delle **differenze**.
 - Entrambi i metodi trascurano i fenomeni di diffrazione, che si verificano ai bordi del riflettore, per cui sono in grado di predire solo le caratteristiche dei lobi più significativi.
 - Il metodo delle correnti indotte comporta maggiori problemi nel calcolo del campo in quanto l'integrazione avviene sulla superficie del riflettore, invece che su un piano (come nel caso dell'apertura).
 - Il metodo delle correnti indotte comporta i seguenti vantaggi
 - si può tenere conto della polarizzazione;
 - si possono aggiungere le correnti di Kottler (per includere gli effetti della discontinuità ai bordi);
 - si può calcolare l'effetto di accoppiamento riflettore-illuminatore.

4.7.e Antenne a riflettore parabolico

- ❑ L'antenna a riflettore parabolico è tra le **più usate** nel campo dei **collegamenti a microonde** terrestri e satellitari e anche nel campo del telerilevamento come antenne di sistemi radar e radiometri.
- ❑ E' costituita da un riflettore avente la forma di una superficie parabolica e da un'illuminatore posizionato nel fuoco primario e rivolto verso il riflettore (configurazione a illuminatore frontale o **front-fed**), ad una distanza f dal vertice del paraboloide (f è la **lunghezza focale**).
- ❑ Nel caso di un cilindro parabolico l'**illuminatore** può essere un dipolo o un allineamento di dipoli o una guida fessurata, mentre per una paraboloide di rotazione è in genere una piccola antenna a tromba, piramidale o conica.

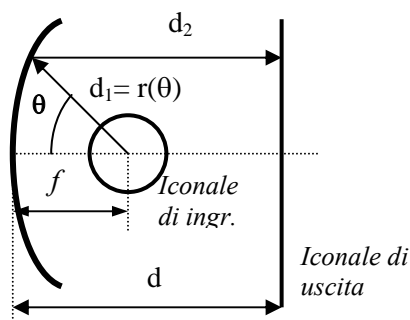


Cilindro
parabolico



Paraboloide

- ❑ La **superficie parabolica** ha la proprietà che i raggi emergenti dal fuoco vengono riflessi tutti paralleli all'asse del paraboloide (si dice che sono **collimati**), ovvero le iconali uscenti sono superfici piane (si veda la dimostrazione). Se l'ottica geometrica fosse una soluzione esatta, questo significherebbe che l'antenna avrebbe un'apertura del lobo principale pari a zero (i.e., direttività pari ad una distribuzione delta di Dirac).



Dimostrazione

- Consideriamo una iconale di ingresso sferica emergente dall'illuminatore (raggi divergenti da un punto) e determiniamo la forma della superficie riflettente che genera una iconale di uscita piana (raggi paralleli). Consideriamo due raggi, quello emergente orizzontalmente dall'illuminatore e riflesso dopo un percorso pari a f e quello emergente nella direzione che forma un angolo θ con l'orizzontale che viene riflesso dopo un percorso $d_1 = r(\theta)$. Applichiamo il teorema dell'uguale percorso ottico tra le due iconali (nello spazio libero $n=1$):

$$d_1 + d_2 = f + d$$

- Dalla geometria del problema si ricava per d_1 e d_2 :

$$d_1 = r(\theta) \quad d_2 = d - [f - d_1 \cos \theta] \quad d_2 = d - f + d_1 \cos \theta$$

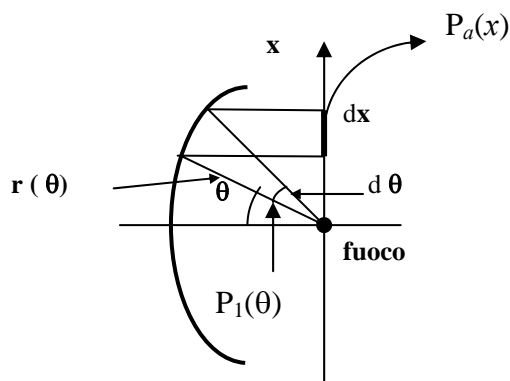
- Sostituendo si ricava $r(\theta)$, ovvero l'equazione che descrive la superficie in forma parametrica, che è l'equazione parametrica della parabola:

$$d_1 + d_2 = f + d \Rightarrow r(\theta) + d - f + r(\theta) \cos \theta = f + d \Rightarrow r(\theta) = \frac{2f}{1 + \cos \theta} = \frac{f}{\cos^2 \frac{\theta}{2}}$$

essendo $\cos(2x) = 2(\cos^2 x) - 1$.

➤ Illuminazione sulla bocca del riflettore

- Il metodo dell'apertura richiede la determinazione della **funzione di illuminazione sull'apertura**. A tale scopo è utile il teorema del tubo di flusso. Limitiamoci, per semplicità, ad una geometria bidimensionale (cilindro parabolico).



- Consideriamo una superficie iconale sferica di raggio r piccolo uscente dall'illuminatore e individuiamo un tubo di flusso tracciando due raggi emergenti separati da un angolo $d\theta$. Essi diventano paralleli dopo riflessione sul paraboloide essendo normali per costruzione al piano equifase di apertura.
- La sezione trasversa del tubo di flusso sull'iconale di ingresso sferica ha area dA_1 proporzionale a $d\theta$, mentre la sezione trasversa dA_2 del tubo di flusso sull'iconale uscente dal paraboloide è proporzionale a dx . Si dimostra mediante il **metodo del tubo di flusso** che la densità di potenza P_a sull'apertura è determinata dalle caratteristiche dell'illuminatore $P_1(\theta)$ e dalla forma del riflettore e dipende in modo inversamente proporzionale dalla distanza del fuoco dalla superficie del riflettore:

$$P_a(x) = P_a(0) \frac{P_1(\theta)}{P_1(0)} \frac{f}{r(\theta)} = P_a(0) \frac{P_1(\theta)}{P_1(0)} \cos^2 \frac{\theta}{2}$$

Dimostrazione

Dal metodo del tubo di flusso:

$$P_a dx = k P_1 d\theta \quad \Rightarrow \quad P_a = k P_1 \frac{d\theta}{dx}$$

ove il fattore di normalizzazione k è un termine che garantisce l'omogeneità dimensionale tra le superfici dA_1 e dA_2 dell'iconale di ingresso e di uscita. La derivata $d\theta/dx$ si ricava dalla geometria e dall'equazione parametrica della superficie parabolica:

$$x = r \sin \theta = 2r \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = 2f \tan \frac{\theta}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{dx}{d\theta} = \frac{2f}{\cos^2 \frac{\theta}{2}} \frac{1}{2} = \frac{f}{\cos^2 \frac{\theta}{2}} = r(\theta)$$

da cui

$$P_a = k P_1(\theta) \frac{1}{r(\theta)} = k \frac{P_1(\theta)}{f} \cos^2 \frac{\theta}{2}$$

Il fattore k di normalizzazione si ricava nel caso $x=0$, ovvero $\theta=0$:

$$P_{ao} = P_a(0) = k P_1(\theta) \frac{1}{r(\theta)} \Big|_{\theta=0} = k \frac{P_1(0)}{f} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{P_{ao}}{P_1(0)} f$$

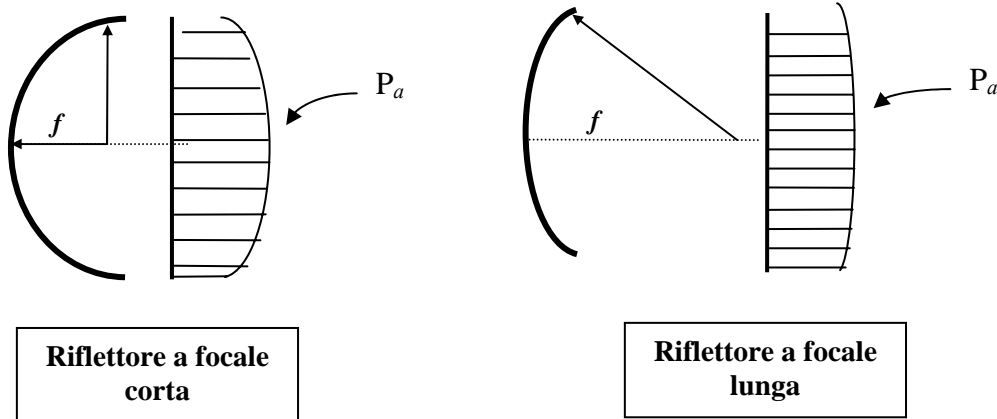
Quindi, si deduce quanto si voleva dimostrare:

$$P_a = P_{ao} \frac{P_1(\theta)}{P_1(0)} \frac{f}{r(\theta)} = P_{ao} \frac{P_1(\theta)}{P_1(0)} \cos^2 \frac{\theta}{2}$$

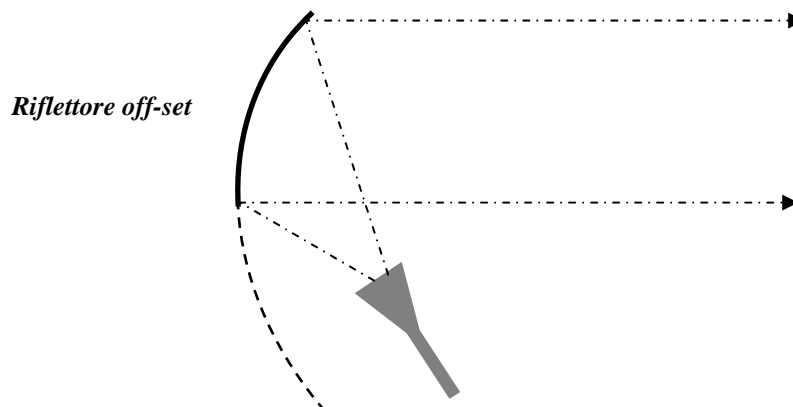
➤ Riflettori a focale lunga e corta

- La lunghezza focale prescelta determina la convessità del paraboloide e la funzione di illuminazione come indicato in figura. L'illuminatore dovrebbe garantire $P_1(\theta)$ costante entro il paraboloide e nullo fuori allo scopo di massimizzare la direttività. Illuminatori piccoli poco direttivi determinano **spillover** (raggi emergenti dall'illuminatore che non intercettano il riflettore) e quindi perdite, mentre quelli grandi molto direttivi producono eccessiva rastremazione della illuminazione (bassa efficienza d'apertura) ed effetto di occultamento dei raggi riflessi a causa delle elevate dimensioni (**bloccaggio**). Il rapporto f/D (f :

lunghezza focale, D : diametro dell'apertura) è scelto generalmente minore di uno per evitare illuminatori direttivi ed ingombranti.

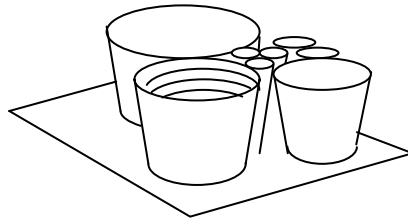


- ❑ Nel caso di **focale corta** (lunghezza focale f piccola) abbiamo:
 - maggiore rastremazione del campo sull'apertura e quindi bassi lobi secondari ma bassa direttività;
 - scarsa purezza della polarizzazione (data la curvatura significativa del riflettore);
 - minore possibilità di effetto di dispersione di radiazione (*spillover*) dovuto a raggi emergenti dall'illuminatore che non intercettano il riflettore grazie alla forma “avvolgente” del riflettore stesso. Questo comporta rumore inferiore e uso di illuminatori poco direttivi di piccole dimensioni;
 - minori problemi meccanici di sostegno dell'illuminatore essendo questo più vicino al riflettore;
 - possibilità di disadattamenti dovuti alle riflessioni tra illuminatore e riflettore posti a piccola distanza.
- ❑ Nel caso di paraboloide con **focale lunga** (lunghezza focale f grande) abbiamo:
 - minore rastremazione e, quindi, alta direttività, ma lobi secondari di maggiore livello;
 - alta purezza della polarizzazione (data la curvatura del riflettore trascurabile);
 - maggiore possibilità di effetto *spillover*. Questo comporta maggiore presenza di rumore e richiede illuminatori direttivi ingombranti con effetti di bloccaggio rilevanti.
 - maggiori problemi meccanici per l'illuminatore distante dal riflettore
- ❑ Un inconveniente di tutti i sistemi a illuminatori frontali (*front-fed*) è la lunghezza della linea di trasmissione che alimenta l'illuminatore e che determina perdite elettriche e problemi meccanici di sostegno. Si può allora integrare il ricevitore/trasmittitore con l'illuminatore ma in molti casi ciò è impraticabile per l'effetto di **bloccaggio** che tale sistema determina sui raggi riflessi.
- ❑ Il problema del bloccaggio dovuto all'illuminatori ed ai sistemi che lo sostengono può essere eliminato con strutture disassate (*off-set*, in alternativa a quelle front-fed) in cui l'illuminatore è spostato rispetto alla porzione della superficie parabolica utilizzata. Tale soluzione limita tuttavia la direttività, in quanto diminuisce l'area geometrica del riflettore.

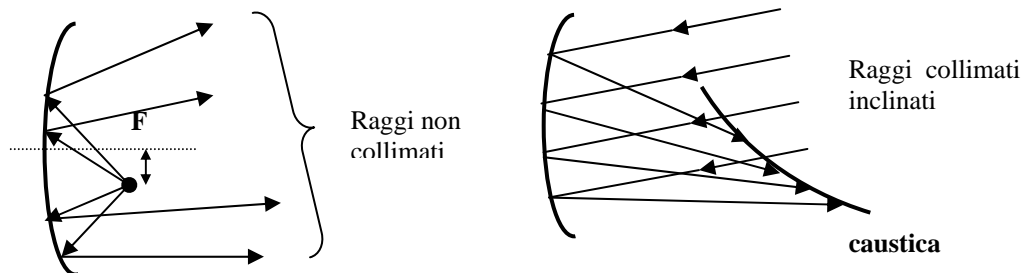


4.7.f Defocalizzazione di riflettori parabolici e riflettori a calotta sferica

- La defocalizzazione consiste nello spostare l'illuminatore rispetto al fuoco del paraboloide. Se pure le prestazioni generali peggiorano, entro certi limiti dello spostamento dal fuoco (10-15 volte λ) ciò è utile per variare il puntamento del lobo principale senza dover muovere l'intera antenna e anche per allocare una molteplicità di illuminatori (**cluster**) che lavorano a frequenze o polarizzazioni diverse (vedi figura).

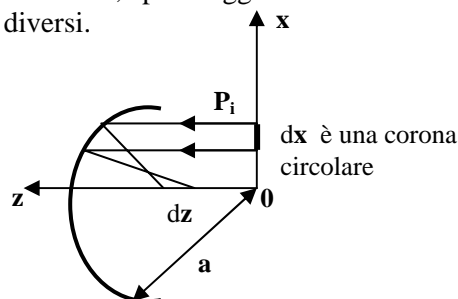


- Nei parabolidi defocalizzati i raggi emergenti non sono più collimati ma mediamente inclinati rispetto a z . In ricezione i raggi incidenti collimati provenienti da direzioni inclinate danno luogo a raggi che non convergono in un unico punto (nel **fuoco**) ma si involuppano su **superfici caustiche**.
- Per la ricezione di raggi collimati inclinati si ottengono delle aberrazioni inferiori rispetto al caso del paraboloide utilizzando superfici riflettenti sferiche (**riflettori a calotta sferica**). La calotta sferica non è focalizzante nemmeno per i raggi tutti collimati paralleli all'asse. Questi riflettori sono quindi più adatti per l'utilizzo della tecnica dello spostamento dell'illuminatore rispetto al fuoco.



➤ Riflettore a calotta sferica

- Analizzando l'antenna in ricezione, per raggi incidenti collimati (paralleli) sulla bocca, questi intercettano l'asse z in punti diversi.



- Allo scopo di posizionare correttamente l'illuminatore è importante conoscere come si distribuisce la densità di potenza lungo l'asse z . Sussiste la seguente relazione:

$$P(z) = \frac{P_0}{8} \left(\frac{a}{z} \right)^3 \quad \frac{a}{2} < z < a$$

Dimostrazione

- Per calcolare la distribuzione di potenza lungo l'asse z , si applica il metodo del tubo di flusso. Dalla geometria del problema discende:

$$z = \frac{a}{2 \cos \theta} \quad \cos \theta = \frac{a}{2z} \quad x = a \sin \theta = a \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = a \sqrt{1 - \frac{a^2}{4z^2}}$$

$$\frac{dx}{dz} = a \frac{1}{2 \sqrt{1 - \frac{a^2}{4z^2}}} \left(\frac{2a^2}{4z^3} \right) = a \frac{1}{2 \sin \theta} \left(\frac{2a^2}{4z^3} \right) = \frac{1}{4} \frac{a^4}{xz^3}$$

- Individuato un tubo di flusso come indicato in figura, la sezione trasversa sul piano di bocca è una corona circolare e pertanto:

$$P(z) = k P_i \frac{dA}{dz} = k P_i \frac{2 \pi x dx}{dz} = k \frac{\pi}{2} P_i \frac{a^4}{z^3}$$

- Ricaviamo il fattore di normalizzazione k considerando il caso $\theta=0$. Per ogni raggio diretto secondo $\theta>0$ l'intersezione con l'asse z si ha in un punto di coordinata $z>a/2$. Nel caso limite $\theta=0$ si ha $z=a/2$, pertanto:

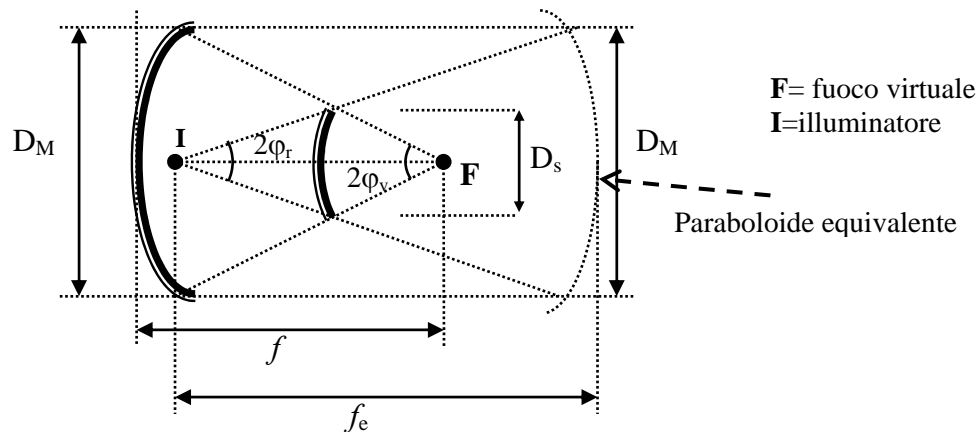
$$P(z)_{\theta=0} = P\left(\frac{a}{2}\right) = P_o = k \frac{\pi}{2} P_i 8 \frac{a^4}{a^3} = 4k P_i \pi a \quad \Rightarrow \quad k = \frac{P_o}{4 \pi a P_i}$$

- Sostituendo si trova la densità di potenza sull'asse in funzione della distanza z dal centro della sfera:

$$P(z) = \frac{P_o}{8} \left(\frac{a}{z} \right)^3 \quad \frac{a}{2} < z < a$$

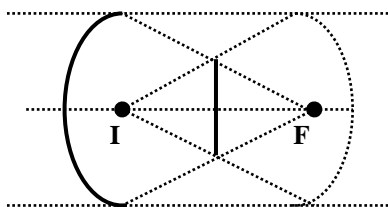
4.7.g Antenne a doppio riflettore

- Sono antenne a riflettore costituite da **più di una superficie riflettente** con lo scopo di:
 - conciliare l'esigenza di usare illuminatori direttivi ad alte prestazioni (che richiedono lunghe focali) con strutture d'antenna di dimensioni ragionevoli;
 - correggere le aberrazioni del sistema (come nel caso delle correzioni delle aberrazioni dei riflettori a calotta sferica non focalizzanti);
 - spostare l'illuminatore in posizione più opportuna dal punto di vista meccanico ed evitare l'occultamento (bloccaggio) da parte dell'illuminatore stesso o fenomeni di spill-over particolarmente dannosi. Ad esempio, spostando l'illuminatore in prossimità del vertice del riflettore principale e rivolto dalla stessa parte si evita che il fenomeno dello spillover (potenza irradiata dall'illuminatore non intercettata dal riflettore) produca lobi secondari posteriormente all'antenna (che in genere introducono maggior rumore o interferenze).
 - ottenere prestazioni più elevate (es. bassa cross-polarizzazione)



- Con riferimento alla figura, si ha un riflettore parabolico con fuoco nel punto **F** e lunghezza focale f . L'obiettivo è spostare l'illuminatore nella posizione **I** più prossima al riflettore stesso. Deve essere realizzata un'altra superficie riflettente, detta **riflettore secondario** o **subriflettore**, tale da riportare i raggi provenienti dall'illuminatore "virtualmente" nel fuoco del paraboloide (**fuoco virtuale**). Le antenne con subriflettori iperboloidali si chiamano di tipo **Cassegrain**, quelle con subriflettori ellissoidali si chiamano di tipo **Gregory** (gregoriane).
- Le **prestazioni del sistema** sono tanto migliori quanto minore è il rapporto tra la larghezza del fascio dell'illuminatore reale ($2\varphi_r$) e quella dell'illuminatore virtuale ($2\varphi_v$). Inoltre il rapporto tra la dimensione del subriflettore D_s e quella del riflettore principale D_M è un indice di bloccaggio da parte del subriflettore.
- Il **paraboloido equivalente** ha la stessa dimensione D_M ed ha la proprietà di convogliare i raggi dentro il fascio dell'illuminatore reale. Il sistema complessivamente si comporta come se il paraboloide fosse quello equivalente con fuoco in **I**, cioè con una distanza focale (f_e) maggiore di quella virtuale (f) con prestazioni migliori. Se $\varphi_r < \varphi_v$ la potenza ricevuta risulta maggiore rispetto al caso in cui avessimo l'illuminatore in **F**.

➤ Esempi di antenne a doppio riflettore

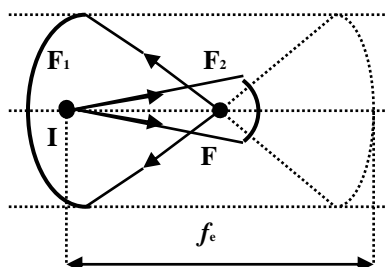


Riflettore principale: paraboloide

Sub-riflettore: superficie piana

F è l'immagine di **I**, $\varphi_r = \varphi_v$, $f_e = f$.

L'illuminatore viene spostato senza variazione della distanza focale f , ma si ottiene un oscuramento del 50%

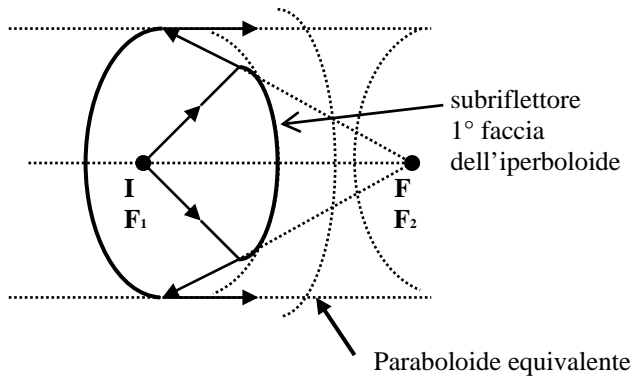


ANTENNA GREGORIANA

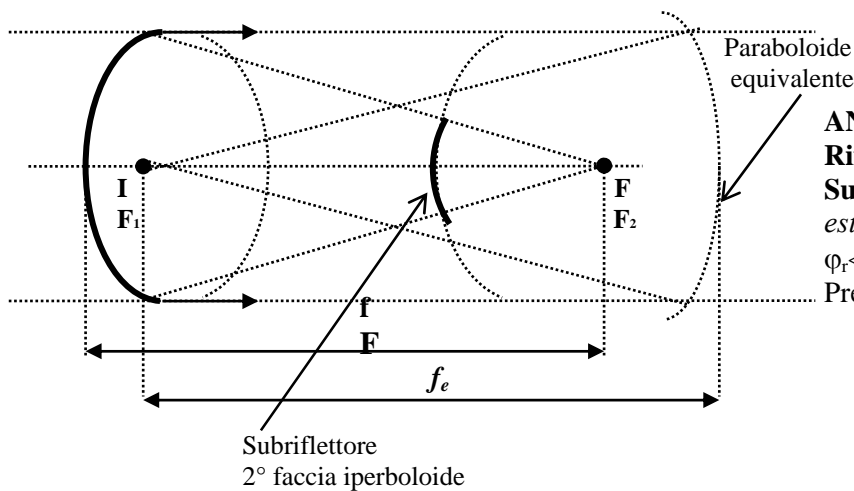
Riflettore principale: paraboloide

Sub-riflettore: ellissoide con fuochi F_1 e F_2

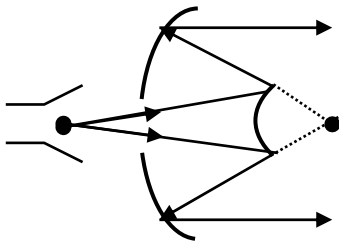
$I \rightarrow F_1$; $F \rightarrow F_2$; $\varphi_r < \varphi_v$; $f_e > f$



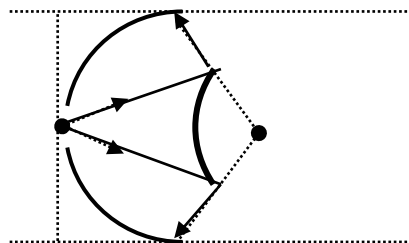
Riflettore principale: paraboloide
Sub-riflettore: iperboloide (faccia interna)
 con fuochi F_1 e F_2 .
 $\phi_r > \phi_v$; $f_e < f$
 Presenta oscuramento elevato.



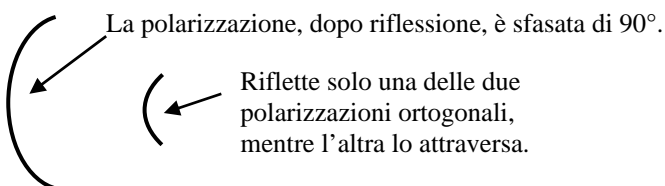
ANTENNA CASSEGRAIN
Riflettore principale: paraboloide
Sub-riflettore: iperboloide (faccia
 esterna) con fuochi F_1 e F_2
 $\phi_r < \phi_v$; $f_e > f$
 Presenta oscuramento limitato



ANTENNA CASSEGRAIN
 Versione con illuminatore esterno al
 paraboloide (riflettore principale)



ANTENNA CASSEGRAIN
 Versione con illuminatore sulla
 superficie del paraboloide.
 Riduzione delle dimensioni
 longitudinali e focale corta.



ANTENNA CASSEGRAIN
 Uso del roto-transriflettore per
 eliminare l'effetto bloccaggio.
 Riflettore principale: rotatore di pol.
 Sub-riflettore: trans-riflettore

4.8 Illuminatori ad alta efficienza

- ❑ Le applicazioni spaziali e radar richiedono **antenne con alte prestazioni** (efficienza di lobo principale e di polarizzazione). Ad esempio, le antenne su satellite devono garantire isolamento tra diverse celle sulla superficie terrestre e purezza di polarizzazione per le applicazioni a diversità di polarizzazione.
- ❑ Gli **illuminatori di antenne a riflettore** sono in genere antenne a tromba che devono garantire per quanto detto bassi lobi laterali e alta efficienza di polarizzazione.

4.8.a Efficienza di polarizzazione

- ❑ Elevata efficienza di polarizzazione richiede che il campo sia irradiato nella polarizzazione del ricevitore (*co-polarizzazione*), mentre il campo nella polarizzazione ortogonale (*cross-polarizzazione*) sia al di sotto di un prefissato valore. Questo deve essere garantito entro diversi angoli di osservazione, tipicamente entro il lobo principale.
- ❑ Assumiamo il massimo della direttività sia lungo l'asse z e la polarizzazione voluta sia lineare e lungo l'asse y. A scopo esemplificativo immaginiamo l'antenna ricevente sia un dipolo allineato lungo l'asse y. Spostiamo il punto di osservazione fuori l'asse z di massima direttività di angoli piccoli (entro il lobo principale) e ruotiamo intorno z ($0 < \varphi < 2\pi$). Le componenti del campo elettrico lungo x e y per θ piccoli valgono:

$$E_x \cong E_\theta(r, \theta, \varphi) \cos \varphi - E_\varphi(r, \theta, \varphi) \sin \varphi \quad E_y \cong E_\theta(r, \theta, \varphi) \sin \varphi + E_\varphi(r, \theta, \varphi) \cos \varphi$$

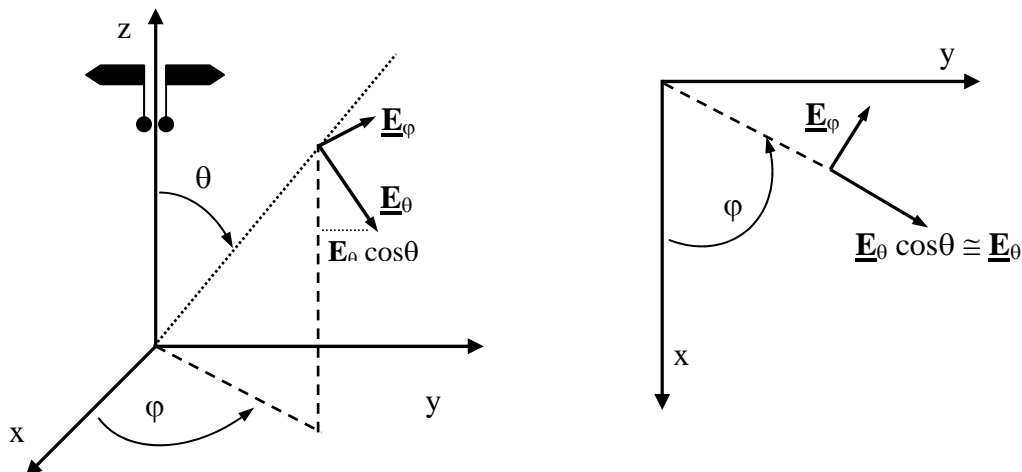
Affinché il campo sia sempre polarizzato lungo y:

$$E_x = 0 \quad \Rightarrow \quad E_\theta(r, \theta, \varphi) \cos \varphi = E_\varphi(r, \theta, \varphi) \sin \varphi$$

Condizione sufficiente affinché sia verificata è che le componenti del campo soddisfino la seguente:

$$E_\theta(r, \theta, \varphi) = e(\theta) \sin \varphi \quad E_\varphi(r, \theta, \varphi) = e(\theta) \cos \varphi \quad \Rightarrow \quad E_x = 0 \quad E_y = e(\theta)$$

- ❑ Nella condizione sopra $P(\theta, \varphi) = E_\theta^2(\theta, \varphi)/2\eta + E_\varphi^2(\theta, \varphi)/2\eta = e^2(\theta)/2\eta$ dipende solo da θ e quindi il diagramma di radiazione dell'antenna risulta simmetrico intorno all'asse z ed uguale nei due piani principali di E e di H.



4.8.b Superfici corrugate

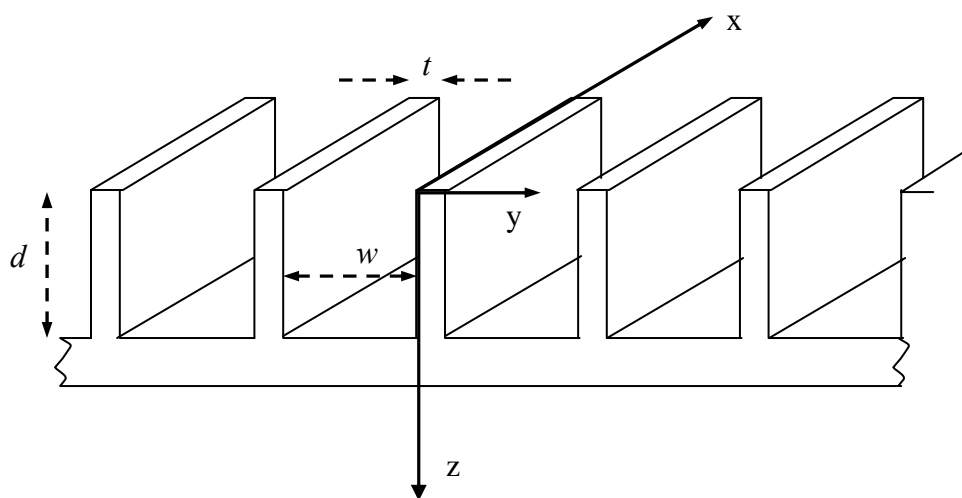
- ❑ Consideriamo un'onda che incide su una superficie di discontinuità. Detti \underline{E} e \underline{H} i campi sulla superficie ricordiamo che si definisce l'impedenza superficiale Z_s come rapporto di moduli del campo elettrico tangenziale \underline{E}_τ e del campo magnetico tangenziale \underline{H}_τ sulla superficie:

$$\underline{n}_0 \times \underline{E} = Z_s \underline{H}_\tau$$

- ❑ Consideriamo una **superficie metallica (CEP) corrugata** come in figura. Le parti cave (tra i “denti”) formano una guida non semplicemente connessa cortocircuitata all'estremità a distanza d , costituita da due piani paralleli illimitati distanti w . La struttura supporta un modo TEM che si propaga lungo z e se $w \ll \lambda$ gli altri modi sono sotto cut-off. L'impedenza superficiale della struttura ha un comportamento anisotropo rispetto a x-y.
- ❑ Un campo elettrico E_x (parallelo alle scanalature) pertanto non eccita nessun modo nella guida cosicché permane una condizione al contorno di tipo CEP ($E_x=0$).
- ❑ Un campo elettrico E_y (ortogonale alle scanalature) nelle parti cave (di larghezza w) eccita un'onda TEM mentre nelle parti sporgenti (larghezza t) è riflesso dal CEP. Per w piccola rispetto a d e a λ , ma grande rispetto a t la corrugazione complessivamente determina una impedenza superficiale dovuta in una certa porzione t alle zone sporgenti (pari a un cortocircuito) e per una diversa porzione w alle parti cave (pari a $j\eta \tan kd$, ovvero all'impedenza di una linea di trasmissione con impedenza caratteristica $Z_0 = \eta = 377 \Omega$, lunga d in cortocircuito alla estremità). Approssimativamente, effettuando una media pesata dei due valori di impedenza, si ottiene l'espressione:

$$\frac{E_y}{H_x} = Z_s = \frac{w}{w+t} j\eta \tan kd$$

- ❑ Per forzare a zero il campo magnetico tangenziale H_x sulla superficie a zero, si deve porre $d=\lambda/4$ per avere una condizione di circuito aperto (Z_s tende all'infinito) ovvero di CMP. Il campo elettrico normale si annulla sulla superficie CMP (vedi condizioni al contorno nel cap. 2)



4.8.c Trombe corrugate

➤ Trombe piramidali corrugate

- ❑ Le trombe divergenti sui piani di E e di H, le trombe piramidali e, in minor misura, le trombe coniche, presentano scarsa *simmetria del diagramma di radiazione* rispetto a ϕ (funzioni di illuminazione nei piani principali diverse sia in modulo che in fase).
- ❑ Le trombe corrugate sono trombe le cui pareti interne sono lavorate meccanicamente, come una superficie corrugata descritta precedentemente. Si ottiene una *parete d'impedenza* dalle caratteristiche opportune, legate alla profondità dei denti, che annulla le componenti del campo elettrico e determina una funzione di illuminazione sufficientemente rastremata e simile sui due piani principali di E e di H.

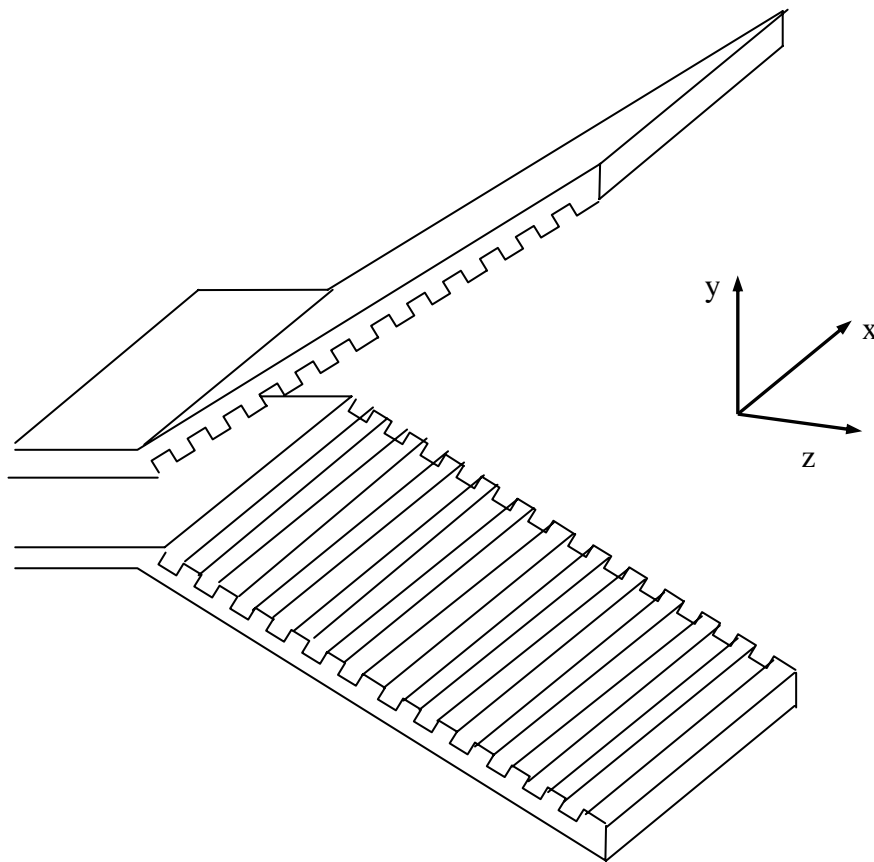


Figura: esempio di tromba settoriale sul piano E a facce corrugate.

- ❑ Nella tromba piramidale le pareti corrugate sono in genere quelle delle due facce che divergono sul piano di E (piano yz) e le scanalature sono parallele alla direzione del campo magnetico trasverso (asse x). La superficie corrugata determina una *condizione CMP* che annulla il campo magnetico tangenziale (H_x , lungo x) e il campo elettrico normale (E_y , lungo y) determinando una *funzione di illuminazione rastremata* sul piano di E, simile a quella sul piano ortogonale, e un minor effetto dell'errore di fase.
- ❑ La lavorazione è effettuata realizzando una transizione progressiva dalla condizione CEP in guida alla condizione CMP nella tromba, ovvero incrementando gradualmente la profondità delle scanalature.

➤ Trombe coniche corrugate

- Il campo del modo TE_{11} nella tromba conica presenta componenti sia lungo x che lungo y . Per ottenere un campo polarizzato solo lungo y , e allo stesso tempo una rastremazione ai bordi che determina un lobo azimuthalmente simmetrico, è opportuno far propagare anche il modo TM_{11} . La composizione opportuna dei due modi conduce alla configurazione di campo come in figura (*trombe coniche bimodali*). Sono trombe che però hanno una piccola larghezza di banda in quanto variando la frequenza si determinano diverse configurazioni del campo di illuminazione a causa della diversa velocità di fase dei due modi.

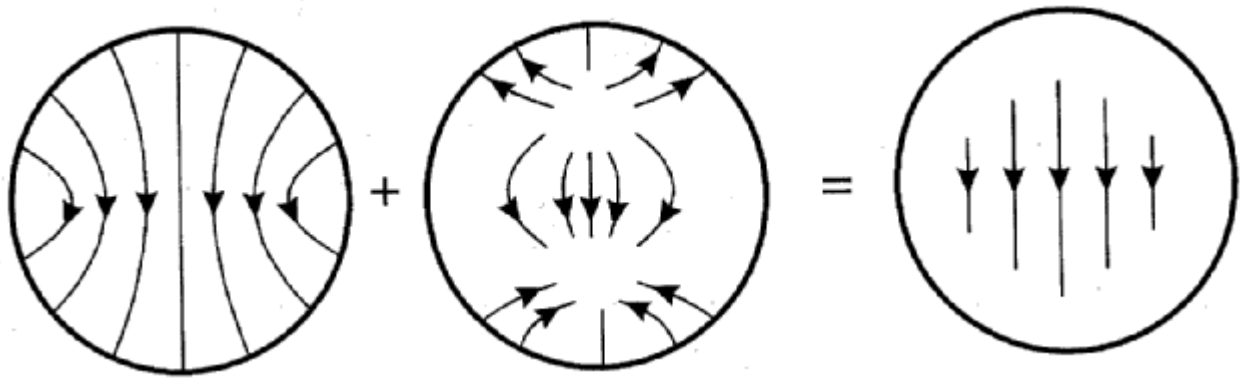


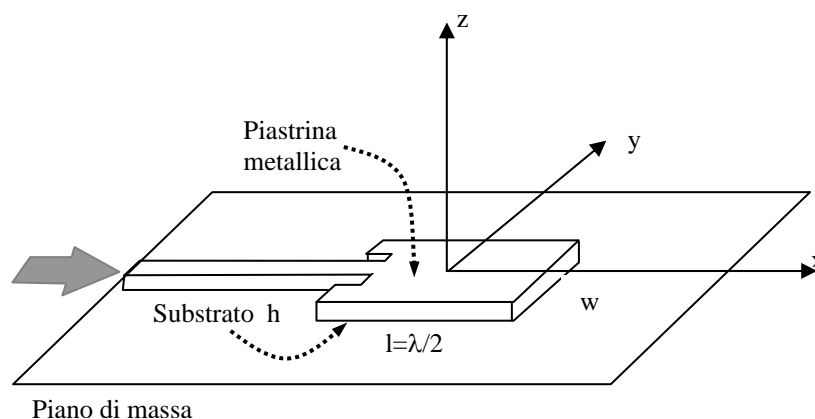
Figura: Combinazione modo TE_{11} (a sinistra) e TM_{11} (al centro) ed illuminazione risultante (a destra) (ref. A. Paraboni, "Antenne")

- Le *trombe coniche* hanno cross-polarizzazione bassa se di piccole dimensioni. Illuminatori più grandi a maggior guadagno si realizzano con trombe con pareti interne corrugate che determinano illuminazioni maggiormente simmetriche come detto nel caso precedente. Inoltre, si dimostra che esse supportano un modo ibrido HE_{11} con configurazione di campo pari alla composizione del TE_{11} e TM_{11} avente i pregi indicati per le trombe bimodali senza lo svantaggio della limitata banda (è un modo supportato dalla struttura e non la combinazione di due modi con diversa velocità di fase).

4.9 ANTENNE A MICROSTRISCIA

4.9.a Caratteristiche generali

- Sono costituite da piastrine (“*patch*”) di materiale conduttore di diversa forma depositate su un sottile strato di dielettrico posto al di sopra di un piano conduttore di massa (*substrato*). Sono connesse al generatore o al carico con la stessa tecnologia (linee a *microstriscia*) oppure *cavi coassiali* o *stripline*.



- Vengono realizzate con tecnologie planari a basso costo, sono di limitato ingombro (spessore limitato, possibilità di montaggio sulla superficie di piattaforme aerospaziali) e operano in polarizzazione lineare e anche in polarizzazione circolare (alimentando da due lati ortogonali con microstrisce di lunghezza diversa per ottenere uno sfasamento di $\pi/2$).
- Di contro presentano **bassa efficienza** e, trattandosi di strutture elettromagnetiche risonanti, una banda di lavoro limitata (indici di banda dell'ordine di pochi percento). I limiti di banda le rendono utilizzabili nei sistemi radar e di telemetria, ma meno nei sistemi di telecomunicazione. Inoltre, hanno limiti nella potenze che possono essere trasmesse e direttività bassa.
- Antenne ad elevata direttività si ottengono mediante **allineamenti di elementi** sullo stesso substrato. In questo caso è anche semplice realizzare sistemi di alimentazione che realizzano scansioni elettroniche del fascio e/o elementi integrati con un modulo ricevente o trasmittente allo stato solido con eccitazione controllata elettronicamente.
- La piastrina conduttrice di lunghezza l , dell'ordine della metà della lunghezza d'onda, può essere di forme diverse: rettangolare, circolare, rombica, triangolare. La linea di trasmissione che alimenta l'antenna può essere una microstriscia oppure un cavo coassiale con la calza collegata al piano di terra ed il conduttore centrale collegato alla piastrina in una opportuna posizione.

4.8.b Caratteristiche radiative

- La radiazione dell'antenna a microstriscia è determinata dalle fenditure (o “*slot*”) che si determinano tra il substrato e la piastrina. Una delle tecniche per ricavare le proprietà dell'antenna consiste nello studiare la struttura come un risonatore per determinare in maniera approssimata i campi di illuminazione sulle due fenditure estreme (di dimensioni $w \times h$), e da essi il campo irradiato.
- L'antenna a microstriscia è una struttura risonante in cui le quattro pareti laterali sono dei circuiti aperti e possono essere schematizzati nel caso ideale da una parete CMP su cui il campo magnetico tangenziale è

nullo. Essendo la struttura radiante, tale ipotesi è una forte approssimazione, comunque valida per determinare la configurazione del campo sulle fenditure.

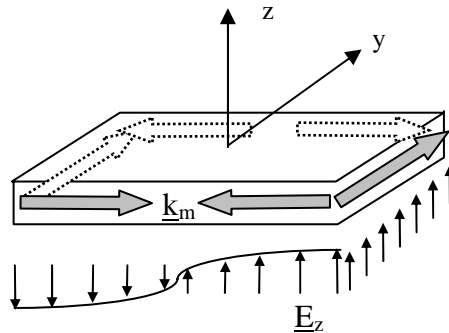
- ❑ Consideriamo un'antenna a microstriscia di forma rettangolare di lunghezza l , larghezza w e substrato di spessore h e costante dielettrica ε . Con riferimento alla figura precedente, si individuano quattro aperture di spessore h piccolo rispetto alla lunghezza d'onda (**fenditura** o “**slot**”). Quelle che irradiano sono le due opposte alle estremità $x=-l/2$ e $x=l/2$ che costituiscono una coppia di elementi radianti in fase. Consideriamo il modo TM con il campo E_z assunto costante lungo z , date le dimensioni piccole della struttura in quella direzione. Si può dimostrare che esistono nella struttura un'infinità di soluzioni per il campo e.m. (**modi**) che sono più o meno eccitati a seconda del valore di $k^2=\omega^2\mu\varepsilon$. Ci interessa il modo fondamentale la cui configurazione del campo elettrico è:

$$E_z = E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right)$$

$$H_y = -j \frac{E_0}{\omega\mu_0} \frac{\pi}{a} \cos\left(\frac{\pi x}{l}\right)$$

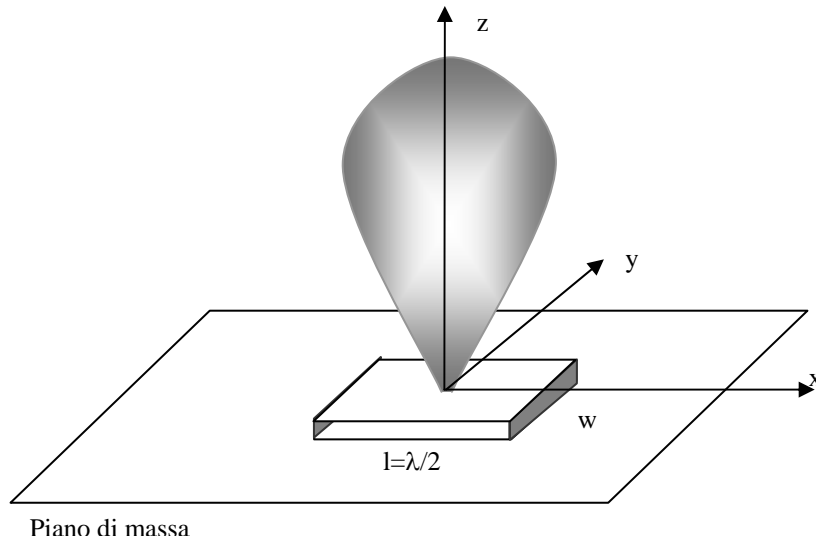
- ❑ Applicando il teorema di equivalenza sulle fenditure le correnti magnetiche pari a $\underline{k}_m = -\underline{n} \times \underline{E}$ sono sempre tangenti al piano di massa. Applicando il teorema delle immagini possiamo togliere il piano di massa e raddoppiare le correnti magnetiche (mentre si annullano quelle elettriche). In sostanza possiamo considerare sulle quattro fenditure (con normale \underline{n} diversa) le seguenti correnti magnetiche:

$$2\underline{k}_m = -\underline{n} \times 2\underline{E} = \begin{cases} -\underline{x}_0 \times \underline{z}_0 2E_z = \underline{y}_0 2E_0 & x = +l/2 \\ -(-\underline{x}_0) \times \underline{z}_0 2E_z = \underline{y}_0 2E_0 & x = -l/2 \\ -\underline{y}_0 \times \underline{z}_0 2E_z = -\underline{x}_0 2E_0 \sin(\pi x/l) & y = +w/2 \\ -(-\underline{y}_0) \times \underline{z}_0 2E_z = \underline{x}_0 2E_0 \sin(\pi x/l) & y = -w/2 \end{cases}$$



- ❑ In figura si vede la distribuzione del campo E_z e delle correnti equivalenti. Nelle fenditure per $y=-w/2$ e $y=w/2$ si hanno due porzioni in cui le correnti sono opposte e si annullano a vicenda; tali fenditure irradiano in maniera trascurabile. Le due fenditure per $x=-l/2$ e $x=l/2$ hanno invece correnti concordi (grazie al fatto di trovarsi alla distanza pari a $\lambda/2$). Essi si comportano come un **doppio broadside** di dimensione $\lambda/2$ (vedi capitolo seguente) i cui campi si sommano in fase sul piano ortogonale alla direzione dell'asse x (piano yz) mentre si annullano nella direzione dell'allineamento (direzione x).
- ❑ L'analogia con il doppietto deriva dal fatto che il comportamento di ognuna delle fenditure può essere descritto sia pensando alla radiazione da aperture con una dimensione molto piccola sia considerando il problema complementare mediante l'uso del **teorema di Babinet**, ovvero un filo metallico sottile che occupa lo spazio della fenditura. Ognuna delle due fenditure di larghezza w ha pertanto un lobo di radiazione simile a quello di un dipolo che è stretto sul piano x,y (piano di H) con un nullo lungo l'asse della fenditura (direzione y) mentre sul piano x,z (piano di E) la dimensione delle aperture è piccola (lo spessore h del substrato) e pertanto il lobo di radiazione è largo.

- Moltiplicando il **diagramma di radiazione** delle singole fenditure per il fattore dovuto all'interferenza tra i due elementi si ottiene un lobo di radiazione con un massimo nella direzione ortogonale al piano di massa e zeri sia lungo la fenditura (zeri della fenditura singola) che lungo l'asse x (zeri dovuti ad interferenza distruttiva dei due elementi del doppietto). Considerando che la presenza del piano di massa costituisce uno schermo, tale lobo è presente solo nel semispazio delle z positive come indicato in figura.



- La **direttività** dell'antenna vale $D_M = 4.77$ dB per w piccolo rispetto a λ mentre vale $4w/\lambda$ per w grande. La resistenza di radiazione cresce con w/l analogamente a quanto succede al dipolo elettrico duale. La resistenza di ingresso vista dalla linea di trasmissione che alimenta l'antenna dipende dalla posizione del punto di alimentazione che può essere scelto opportunamente per ottimizzare l'adattamento di impedenza.