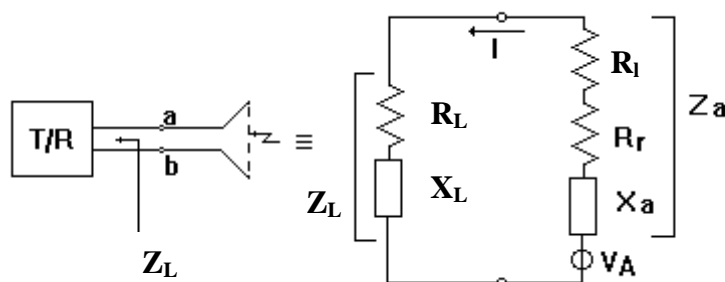


## 1.5 PARAMETRI DI ANTENNE IN RICEZIONE

### 1.5.a Circuito equivalente in ricezione

#### ➤ Modello circuitale

L'antenna viene schematizzata con un *circuito equivalente serie* (di Thevenin) a costanti concentrate **attivo** che trasferisce la potenza del campo elettromagnetico che incide ad un carico utilizzatore di impedenza  $Z_L = R_L + j X_L$ .



dove:

- $V_a$ : tensione a vuoto (valore di picco) del generatore
- $I$ : corrente erogata dal generatore  $V_a$  (valore di picco)
- $Z_a$ : impedenza di antenna.

Per il teorema di Thevenin, l'impedenza di uscita del dipolo attivo è quella che esso presenta quando viene cortocircuitato il generatore di tensione, ovvero quando è assente il campo incidente. Essa quindi è pari all'impedenza di ingresso d'antenna, già introdotta nel circuito in trasmissione:

$$Z_a = R_a + jX_a = R_I + R_r + j X_a \quad [\Omega]$$

#### ➤ Potenze medie

La **potenza ricevuta** dall'antenna  $W_R$  si identifica in genere con quella disponibile dall'antenna ed erogabile al carico nel caso ideale di assenza di perdite ( $R_a = R_r$ ). Con riferimento al circuito equivalente identifichiamo pertanto le seguenti potenze:

$$W_a = \frac{V_a^2}{8(R_r + R_I)} \quad \text{potenza disponibile [W] dall'antenna reale e trasferibile al carico.}$$

$$W_R = \frac{V_a^2}{8R_r} \quad \text{potenza disponibile [W] dall'antenna ideale senza perdite (potenza ricevuta).}$$

La potenza disponibile ai morsetti dell'antenna si ottiene in condizioni di massimo trasferimento di potenza, e pertanto analogamente al caso in trasmissione si ha:

$$Z_a = Z_L^* \quad \Rightarrow \quad R_a = R_I + R_r = R_L; \quad X_a = -X_L$$

e si ottenendo le seguenti potenze medie:

$$W_T = \frac{1}{2} |I|^2 R_r = \frac{V_a^2}{8} \frac{R_r}{(R_r + R_L)^2}$$

potenza re-irradiata [W] dall'antenna (ovvero, “dissipata” su  $R_r$ )

$$W_I = \frac{1}{2} |I|^2 R_l = \frac{V_a^2}{8} \frac{R_l}{(R_r + R_L)^2}$$

potenza dissipata [W] per conduzione e dielettricamente nell'antenna

$$W_L = \frac{1}{2} |I|^2 R_L$$

potenza attiva [W] effettivamente trasferita al carico  $Z_T$ .

### 1.5.b Lunghezza elettrica equivalente

Nel caso di campo incidente proveniente da una direzione  $(\theta, \varphi)$  qualunque, esprimiamo la tensione a vuoto  $V_a(\theta, \varphi)$  definendo il **vettore *lunghezza elettrica equivalente*** (“effective length”)  $\underline{h}(\theta, \varphi)$  attraverso la relazione:

$$V_a(\theta, \varphi) = \underline{h}^*(\theta, \varphi) \cdot \underline{E}_i \quad [\text{V}]$$

ove -  $V_a$  è la tensione a vuoto [V] del bipolo attivo che rappresenta l'antenna

- $\underline{h}(\theta, \varphi)$  è la lunghezza (altezza) elettrica equivalente [m] dell'antenna in ricezione;
- $\underline{E}_i$  è il campo elettrico [V/m] incidente sull'antenna (campo e.m. presente in assenza dell'antenna stessa).

*Note*

- I vettori  $\underline{h}$  e  $\underline{E}_i$  sono complessi nel caso di polarizzazione ellittica qualsiasi.
- Si considera il complesso coniugato per  $\underline{h}$  per tenere in conto dei diversi sistemi di riferimento che definiscono la direzione positiva rispetto all'antenna (direzione uscente dall'antenna) ed al campo incidente (direzione entrante nell'antenna).
- Nel caso in cui l'antenna sia disposta in condizioni ottimali di ricezione rispetto alla polarizzazione dell'onda incidente (ad esempio, dipolo posto parallelamente al campo elettrico polarizzato linearmente), il prodotto scalare tra  $\underline{h}$  e  $\underline{E}_i$  è massimo. Se  $h(\theta, \varphi)$  è il modulo (ampiezza) di  $\underline{h}$ , la sua espressione è:

$$h(\theta, \varphi) = \frac{V_a(\theta, \varphi)}{|\underline{E}_i|} \quad [\text{m}]$$

- Se, inoltre, il campo incidente incide nella direzione per cui  $h(\theta, \varphi)$  è massima (e pari a  $h_M$ ), la corrispondente lunghezza equivalente massima è data da:

$$h_M = \frac{V_{aM}}{|\underline{E}_i|} \quad [\text{m}]$$

- Il parametro lunghezza equivalente è stato introdotto preferibilmente per antenne lineari. Per sorgenti ad apertura, si utilizza il parametro area equivalente che si dimostra essere in relazione con la lunghezza equivalente (vedi nel seguito).

### 1.5.c Lunghezza magnetica equivalente

- In modo analogo alla lunghezza elettrica equivalente  $\underline{h}$ , si può definire la lunghezza magnetica equivalente  $\underline{h}_m$  per descrivere le proprietà di un'antenna in ricezione.
- Nel caso di onda e.m. incidente proveniente da una direzione  $(\theta, \varphi)$  qualunque, esprimiamo la corrente di corto circuito  $I_a(\theta, \varphi)$  del generatore di corrente che rappresenta l'antenna in ricezione nel circuito equivalente parallelo (di Norton), definendo il **vettore *lunghezza magnetica equivalente*** (“effective length”)  $\underline{h}_m(\theta, \varphi)$  attraverso la relazione:

$$I_a(\theta, \varphi) \equiv \underline{h}_m^*(\theta, \varphi) \cdot \underline{H}_i \quad [A]$$

- ove -  $I_a$  è la corrente di corto circuito del bipolo attivo che rappresenta l'antenna in ricezione
- $\underline{h}_m(\theta, \varphi)$  è la lunghezza (altezza) magnetica equivalente [m] dell'antenna in ricezione;
  - $\underline{H}_i$  è il campo magnetico [A/m] incidente sull'antenna (campo e.m. presente in assenza dell'antenna stessa).
- Nel caso in cui l'antenna sia disposta in condizioni ottimali di ricezione rispetto alla polarizzazione dell'onda incidente (ad esempio, spira giacente su un piano ortogonale al campo magnetico polarizzato linearmente ovvero dipolo magnetico posto parallelamente al campo stesso, come vedremo nel cap. 3), il prodotto scalare tra  $\underline{h}_m$  e  $\underline{H}_i$  è massimo. Se, inoltre, il campo incidente incide nella direzione per cui  $h_m(\theta, \varphi)$  è massima (e pari a  $h_M$ ), la lunghezza magnetica equivalente massima è data da:

$$h_{mM} = \frac{I_a M}{|\underline{H}_i|} \quad [m]$$

### 1.5.d Efficienza totale di antenna

#### ➤ Efficienza totale di antenna in ricezione

- L'efficienza totale dell'antenna è, determinata da:
  1. disadattamento tra generatore ed antenna (*potenza persa*  $W_m$ )
  2. perdite nel conduttore e nel dielettrico dell'antenna (*potenza persa*  $W_l$ )
  3. polarizzazione dell'antenna rispetto al campo incidente (*potenza persa*  $W_p$ ).
- Avendo ora considerato la possibilità di polarizzazione dell'antenna in ricezione non concorde con quella del campo incidente, l'efficienza totale è il prodotto di tre termini: efficienza di radiazione, efficienza di disadattamento ed efficienza di polarizzazione:

$$\eta_T = \eta_m \eta_r \eta_p$$

#### ➤ Efficienza di radiazione e di disadattamento in ricezione

- Rapporto tra la potenza attiva effettivamente trasferita al carico  $W_L$  e la potenza ricevuta  $W_R$  (potenza disponibile in assenza di perdite). In ricezione è il prodotto di due termini che corrispondono a quanto già ricavato per l'antenna in trasmissione:

$$\eta_T \equiv \frac{W_L}{W_R} = \frac{W_L}{W_a} \frac{W_a}{W_R} = \eta_m \eta_r \quad (0 \leq \eta_T \leq 1) \quad [\text{adim}]$$

#### ➤ Efficienza di polarizzazione ("Polarization loss factor")

La potenza ricevuta dall'antenna in ricezione, intercettata dal campo e.m. incidente, dipende dal vettore lunghezza equivalente e dal campo elettrico incidente.

$$W_R = \frac{|V_a(\theta, \varphi)|^2}{8R_r} = \frac{|\underline{h}^*(\theta, \varphi) \cdot \underline{E}_i|^2}{8R_r}$$

Nel caso la polarizzazione dell'antenna in ricezione coincida con quella del campo incidente si ottiene il massimo valore della potenza ricevuta. In caso contrario l'efficienza di polarizzazione risulta definita dalla relazione:

$$\eta_p = \frac{|\underline{\mathbf{h}}^* \cdot \underline{\mathbf{E}}_i|^2}{|\underline{\mathbf{h}}|^2 \cdot |\underline{\mathbf{E}}_i|^2} = |\underline{\mathbf{v}}_{oh}^* \cdot \underline{\mathbf{v}}_{oi}|^2 = |\cos \psi_p|^2 \quad [\text{adim}]$$

L'efficienza di polarizzazione è adimensionale e tale che  $0 \leq \eta_p \leq 1$ .

*Note:*

- nel caso semplice di onda piana uniforme polarizzata linearmente con versore di polarizzazione  $\underline{\mathbf{v}}_{oi}$  e ampiezza complessa del campo incidente  $E_i$  e di antenna con polarizzazione lineare e versore di polarizzazione  $\underline{\mathbf{v}}_{oh}$  e ampiezza complessa della lunghezza equivalente  $h$ , si ha:

$$\underline{\mathbf{h}}(\theta, \varphi) = h(\theta, \varphi) \underline{\mathbf{v}}_{oh} \quad [\text{m}] \qquad \underline{\mathbf{E}}_i = E_i \underline{\mathbf{v}}_{oi} \quad [\text{V/m}]$$

e  $\Psi_p$  è l'angolo tra i due versori.

- La polarizzazione dell'antenna può essere di tipo lineare, circolare o ellittica. La purezza della polarizzazione determina la possibilità o meno di poter trasmettere in una stessa direzione canali isofrequenziali ("frequency reuse").

### 1.5.d Area equivalente

Si definisce l'**area equivalente** ("effective or equivalent area") attraverso la seguente relazione:

$$A_e(\theta, \varphi) \equiv \frac{W_R(\theta, \varphi)}{P_i} \quad [\text{m}^2]$$

ove  $W_R(\theta, \varphi)$ : potenza ricevuta dall'antenna [W]  
 $P_i$ : densità di potenza incidente [ $\text{W/m}^2$ ] sull'antenna

*Note:*

- la potenza ricevuta può essere, a seconda delle circostanze, quella ( $W_R$ ) disponibile dall'antenna assunta priva di perdite, oppure quella ( $W_a = W_R - W_l$ ) disponibile dall'antenna reale (privata delle perdite per dissipazione), oppure quella ( $W_R - W_l - W_m - W_p$ ) fornita dall'antenna al carico considerando tutte le perdite, compresa quella per polarizzazione  $W_p$ . Le tre definizioni coincidono nel caso di antenna con efficienza totale e di polarizzazione unitarie.
- si noti che il parametro area equivalente è introdotto con riferimento intuitivo alle antenne ad apertura. Se  $A$  è l'area geometrica dell'apertura:

$$A_e(\theta, \varphi) = \eta_A(\theta, \varphi) A$$

ove  $\eta_A(\theta, \varphi)$ : **rendimento di apertura** [adim] con  $0 \leq \eta_A \leq 1$ .

### ➤ Legame tra area equivalente e lunghezza equivalente

*Ipotesi:*

1. Antenna senza perdite e con adattamento di impedenza e di polarizzazione: ciò implica che la potenza ricevuta  $W_R$  è uguale a quella disponibile  $W_a$  ed è tutta trasferita al carico;
2. onda piana uniforme incidente sull'antenna da una direzione angolare  $(\theta, \varphi)$  in condizioni di efficienza unitaria di polarizzazione.

$$A_e(\theta, \varphi) = \frac{W_R(\theta, \varphi)}{P_i} = \frac{W_a(\theta, \varphi)}{P_i} = \frac{W_a(\theta, \varphi)}{\frac{1}{2\eta} |\underline{E}_i|^2} \quad [\text{m}^2]$$

$$W_a(\theta, \varphi) = A_e(\theta, \varphi) P_i = A_e(\theta, \varphi) \frac{1}{2\eta} |\underline{E}_i|^2$$

Ma la potenza disponibile vale anche:

$$W_a(\theta, \varphi) = \frac{|V_a(\theta, \varphi)|^2}{8R_a} = \frac{h^2(\theta, \varphi) |\underline{E}_i|^2}{8R_a}$$

Dall'eguaglianza dei primi membri si ricava il legame tra area equivalente e lunghezza equivalente:

$$A_e = h_e^2 \frac{\eta}{4R_a}$$

---

### ➤ Legame tra area equivalente e direttività

Dalla reciprocità tra il comportamento dell'antenna in ricezione e quella in trasmissione, **si può dimostrare** (omettiamo la trattazione) che nell'ipotesi di avere un'onda piana uniforme incidente sull'antenna si ottiene la seguente relazione universale:

$$A_e(\theta, \varphi) = \frac{\lambda^2}{4\pi} D(\theta, \varphi)$$

Quindi, in termini di intensità di radiazione normalizzata  $U_n(\theta, \varphi)$ , si ha:

$$A_e(\theta, \varphi) = \lambda^2 \frac{U_n(\theta, \varphi)}{\int_{4\pi} U_n(\theta, \varphi) d\Omega} \quad [\text{m}^2]$$

#### Note

- Nel caso si tengano in considerazione in  $A_e$  le perdite per conduzione dell'antenna in ricezione, si può scrivere il seguente legame:

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} G(\theta, \varphi) = \frac{\lambda^2}{4\pi} \eta_r D(\theta, \varphi)$$

- Per i valori massimi di area equivalente vale:

$$A_{eM} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_M = \frac{\lambda^2}{4\pi} \eta_r D_M$$

- La massima potenza utilizzabile è limitata dalla possibilità di scariche e dagli inconvenienti dovuti all'uso di strutture dielettriche di protezione (e.g., *radome*) e della pressurizzazione del cavo di alimentazione.
- Limitazioni alla potenza disponibile possono provenire da requisiti sia elettronici che meccanici (e.g., antenne a scansione). Oltre alle caratteristiche meccaniche, quali ad esempio quelle relative alle vibrazioni o alle deformazioni, occorre considerare le caratteristiche chimiche che determinano la resistenza delle antenne ad agenti ambientali come le ossidazioni (per contrastare le quali vengono usate a microonde le strutture di *radome*).

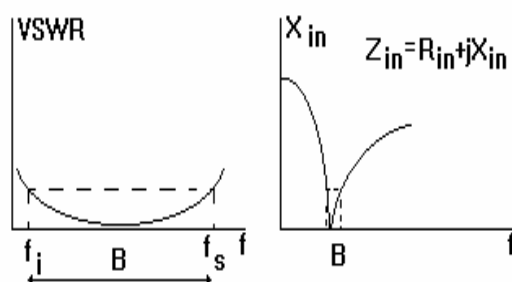
## 1.5.e Banda di frequenza

### ➤ Larghezza di banda B (“bandwidth”).

“Intervallo di frequenze in cui le prestazioni dell'antenna rispetto a certe caratteristiche soddisfano le specifiche richieste”.

*Note:*

- la banda di una antenna dipende pertanto dalle specifiche caratteristiche di interesse. Si può fare riferimento alle sue proprietà radiative (ad es., ampiezza del lobo principale, direttività), oppure a caratteristiche di adattamento al circuito rice-trasmittente (ad e.,  $VSWR \leq 2$ ;  $X_a \approx 0$ ). La banda può essere limitata anche dalla rete di accoppiamento alla linea.



- *Banda di impedenza*: banda limitata da caratteristiche dell'impedenza di ingresso (e.g., antenne a dipolo)
- *Banda di radiazione*: banda limitata da caratteristiche radiative dell'antenna (e.g., antenne elettricamente lunghe)

---

### ➤ Indici di banda

Se  $B = f_s - f_i$  con  $f_s$  frequenza superiore e  $f_i$  frequenza inferiore e se  $f_c$  è la frequenza centrale (di progetto) della banda, si definiscono i seguenti *indici di banda*:

$$\text{Rapporto di banda: } r_B \equiv f_s / f_i \quad [\text{adim}]$$

$$\text{Banda frazionale: } \eta_B = f_s / f_i ; \%B = (f_s - f_i) / f_c \quad [\text{adim}]$$

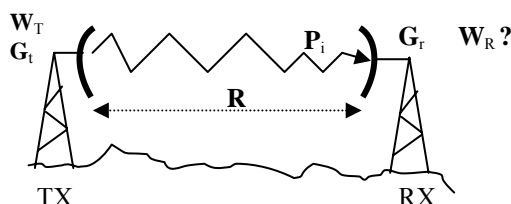
Antenne a larga stretta:  $r_B > 2$     &     $B_{\%} > 60\%$

Antenne a larga banda:  $r_B < 1.2$     &     $B_{\%} < 10\%$ .

## 1.6 COLLEGAMENTO TRA ANTENNE

### 1.6.a Collegamento in visibilità

#### ➤ Equazione del collegamento di Friis



*Ipotesi:*

- direzione  $(\theta, \varphi)$  corrispondente al massimo di radiazione tra due antenne allineate in visibilità
- spazio libero, ovvero assenza di ostacoli e sorgenti a distanze rilevanti dal collegamento
- antenne a grande distanza
- Potenza ricevuta [W] dall'antenna RX in ricezione:

$$W_R = P_i A_{eM}$$

- Densità di potenza  $P_i$  [W/m<sup>2</sup>], irradiata dall'antenna in trasmissione TX e incidente sull'antenna in ricezione RX, a distanza  $R$ :

$$P_i = \frac{W_T}{4\pi R^2} D_{Mt}$$

- Area equivalente massima dell'antenna in ricezione:

$$A_{eM} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_{Mr}$$

- Quindi, la *formula di Friis* nella direzione di massimo per antenne allineate è data da:

$$W_R = A_{eM} P_i = \left( \frac{\lambda^2}{4\pi} D_{Mr} \right) \left( \frac{W_T}{4\pi R^2} D_{Mt} \right) = W_T D_{Mt} D_{Mr} \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \quad [W]$$

*Nota*

- Per antenne in visibilità non allineate ed esplicitando le efficienze in trasmissione e ricezione non unitarie, la precedente si generalizza nel modo seguente:

$$W_R = A_{eM} U_{nr}(\theta_r, \varphi_r) P_i = W_T [D_{Mt} U_{nt}(\theta_t, \varphi_t) \eta_{Tt}] [D_{Mr} U_{nr}(\theta_r, \varphi_r) \eta_{Tr} \eta_{Pr}] \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2$$

dove  $U_{nt}$  e  $U_{nr}$  sono le intensità di radiazione normalizzate in trasmissione e ricezione, tali che:

$$A_e(\theta, \varphi) = A_{eM} U_n(\theta, \varphi); \quad G(\theta, \varphi) = G_M U_n(\theta, \varphi) = \eta_T D_M U_n(\theta, \varphi)$$

### 1.6.b Parametri del collegamento

#### ➤ Attenuazione di spazio libero (“Free space attenuation”)

$$L_{FS} \equiv \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \quad [\text{adim}]$$

#### ➤ Potenza irradiata isotropica efficace (“Effective radiated isotropic power”, EIRP)

Utile soprattutto nelle applicazioni spaziali, si definisce nel modo seguente:

$$\text{EIRP} \equiv W_T G_t(\theta_t, \varphi_t) = W_T [D_{Mt} U_{nt}(\theta_t, \varphi_t) \eta_T] \quad [\text{W}]$$

*Note*

- EIRP è una cifra di merito del sistema trasmittente, spesso usata con  $U_n(\theta, \varphi)=1$  per cui:  $\text{EIRP} = W_T G_{Mt}$ .
- Ove non esista una scelta di  $G_t$ , a parità di EIRP la distinzione tra  $D_n$  e  $W_T$  diviene un problema meramente economico.

#### ➤ Attenuazione di percorso (“Path attenuation”)

- Mezzo dissipativo illimitato  $\Rightarrow$  onda piana uniforme che si propaga lungo l'asse  $r$  per una distanza  $R$
- Definiamo la **costante di attenuazione specifica**  $\alpha$  del mezzo tramite:

$$\alpha \equiv \frac{1}{P_\infty(r, \theta, \varphi)} \frac{dP_\infty(r, \theta, \varphi)}{dr} \quad [\text{Np/km}]$$

dove  $P_\infty(r, \theta, \varphi)$  è la densità di potenza (modulo del vettore di Poynting) dell'onda piana uniforme.

- Integrando su un percorso da 0 a  $R$  (distanza tra antenna TX e RX nel collegamento) che supponiamo riempito dal mezzo di costante di attenuazione  $\alpha$ , si ottiene:

$$P_\infty(r=R) = P_\infty(r=0) e^{-\alpha R} \quad [\text{W/m}^2]$$

Si definisce l'*attenuazione di percorso* nel modo seguente:

$$L_{PA} \equiv e^{-\alpha R} \quad [\text{adim}]$$

*Note:*

- il fattore  $L_{PA}$  può essere determinato anche su base statistica (percentuale di tempo per cui si ha un'attenuazione maggiore di una certa soglia).  $L_{PA}$  può tenere conto degli effetti atmosferici di attenuazione, ma è inadeguata a descrivere:

- ♦ *effetti atmosferici complessi* (e.g., incurvamento delle direzioni di propagazione dovuta a gradienti di rifrattività, cammini multipli dovuti a condotti atmosferici, riflessioni ionosferiche, diffusioni da masse d'aria turbolente)
  - ♦ *effetti dovuti a superfici* (e.g., riflessione e diffusione da terreno, diffrazione dovuta alla curvatura terrestre, onde di terra)
  - ♦ *effetti dovuti a ostacoli* (e.g., diffrazione da rilievi).
- Si noti che in mezzo non dissipativo,  $\alpha=0$  e  $L_{PA}=1$ , mentre  $L_{FS}$  va tenuto sempre in conto perchè è un fattore che dipende dalla sola distanza elettrica ( $R/\lambda$ ) tra le due antenne.

### ➤ Formula di Friis in presenza di attenuazione

La formula di Friis nel caso di attenuazione di percorso e antenne allineate diventa:

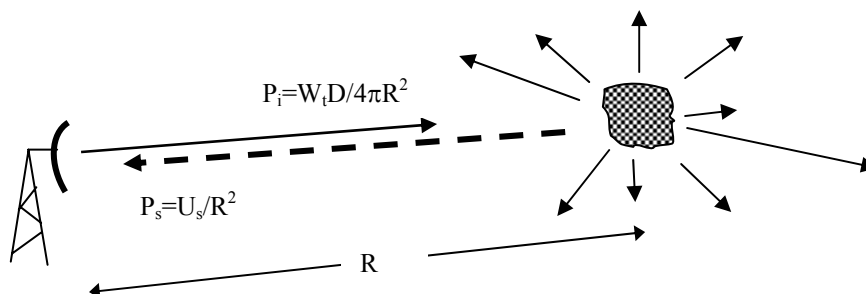
$$W_R = \text{EIRP } G_{Mr} L_{FS} L_{PA}$$

che in decibel diventa:

$$W_{\text{RdB}} = 10 \log_{10}(\text{EIRP}) + 10 \log_{10}(G_{Mr}) + 10 \log_{10}(L_{FS}) + 10 \log_{10}(L_{PA})$$

La potenza ricevuta si esprime spesso in *dBm*, ovvero:  $W_{\text{RdBm}} = 10 \log_{10}(W_R/1\text{mW})$ .

### 1.6.c Equazione del radar monostatico



- Un'antenna di un **RADAR** (*Radio Detection And Ranging*) irradia in presenza di un oggetto posto a grande distanza e la medesima antenna riceve la radiazione elettromagnetica reirradiata dall'oggetto stesso (caso di **radar monostatico**).
- L'antenna trasmette una potenza  $W_T$  e ha direttività  $D$  nella direzione del bersaglio. La densità di potenza  $P_i$  [ $\text{W}/\text{m}^2$ ] dell'onda (localmente piana) incidente sul bersaglio posto alla distanza  $R$  risulta:

$$P_i = \frac{W_T D}{4\pi R^2}$$

- Il bersaglio riceve una certa potenza, come per un'antenna in ricezione. Esso è sede di correnti indotte che dissipano parte della potenza e parte la reirradiano in tutte le direzioni determinando il **campo di scattering** ("scattered field") o campo **diffuso**.
- Si definisce la **sezione trasversa di scattering radar** del bersaglio,  $\sigma_b$  [ $\text{m}^2$ ], attraverso la seguente relazione tra intensità  $U_s(\theta, \varphi)$  del campo diffuso ("scattered") dal bersaglio nella direzione del radar e densità di potenza incidente sul bersaglio  $P_i$ :

$$\sigma_b = \frac{4\pi U_s}{P_i}$$

- La densità di potenza  $P_s$  del campo diffuso (“*scattered*”) incidente sull'antenna del radar operante in ricezione dopo l'ulteriore percorso di lunghezza  $R$  si ricava dall'intensità di radiazione  $U_s$  dalla nota relazione:

$$P_s = \frac{U_s}{R^2} = \frac{\sigma_b}{4\pi R^2} P_i = \frac{\sigma_b W_T D}{4\pi R^2 4\pi R^2}$$

- La potenza ricevuta dall'antenna radar si ottiene moltiplicando la densità di potenza incidente per l'area equivalente  $A_e$  dell'antenna nella direzione di osservazione del bersaglio. Pertanto il rapporto tra potenza ricevuta e potenza trasmessa è dato dalla relazione seguente (**equazione del radar nel caso monostatico**):

$$\frac{W_R}{W_T} = \frac{A_e D \sigma_b}{(4\pi)^2 R^4} = \frac{\lambda^2}{(4\pi)^3} \frac{D^2}{R^4} \sigma_b$$

Note:

- La **sezione trasversa di scattering radar** dipende dalle proprietà del bersaglio, ovvero dalle sue caratteristiche geometriche ed elettriche, dalla sua posizione rispetto alla direzione di osservazione del radar e dalla sua sensibilità alla polarizzazione dell'onda.
- A causa del doppio percorso, la potenza ricevuta decresce come la quarta potenza della distanza  $R$  (rispetto a equazione di Friis).

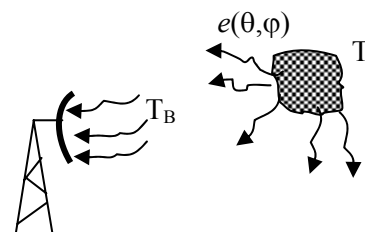
### 1.6.d Temperatura di rumore di antenna

#### ➤ Temperatura di brillantezza (“*Brightness temperature*”)

- Ogni corpo con una temperatura  $T$  al di sopra dello zero assoluto ( $0\text{ K} = -273\text{ °C}$ ) irradia energia e.m. incoerente in tutte le direzioni e in ogni banda di frequenza dello spettro e.m..
- Nella regione delle microonde (ove è valida l'approssimazione di Rayleigh-Jeans dell'equazione di Planck), si definisce *temperatura di brillantezza* del corpo:

$$T_B(\theta, \varphi) \equiv \frac{\lambda^2}{2k} \frac{\Delta P(r, \theta, \varphi)}{\Delta f \Delta \Omega} \equiv e(\theta, \varphi) T \quad [\text{K}]$$

- ove
- $\Delta P$ : densità di potenza differenziale irradiata dal corpo nell'angolo solido  $\Delta \Omega$  [ $\text{W/m}^2$ ]
  - $\Delta f$ : banda di frequenza [Hz]
  - $\Delta \Omega$ : angolo solido differenziale
  - $k$ : costante di Boltzmann ( $1.38 \cdot 10^{-23}$  J/K)
  - $e(\theta, \varphi)$ : emissività del corpo [adim] tale che  $0 \leq e \leq 1$
  - $T$ : temperatura fisica del corpo [K]



Note

- L'emissività dipende dall'angolo di osservazione, dalla frequenza, dalle caratteristiche della superficie del corpo, dalla sua composizione;
- Essendo  $0 \leq e \leq 1$ , risulta  $T_B \leq T$ ; per un corpo nero,  $e=1$ .
- In condizioni di equilibrio termodinamico locale, la legge Rayleigh impone che l'emissività del corpo sia uguale alla sua assorbività, ovvero tanta intensità di radiazione viene emessa quanta ne viene assorbita.

- Nel caso in cui il corpo
  1. sia caratterizzato da solo fenomeni di assorbimento (ed emissione, in condizioni di equilibrio), ma non di diffusione della radiazione;
  2. sia costituito da uno strato omogeneo di spessore  $R$  a temperatura uniforme  $T_m$  con coefficiente di attenuazione specifica  $\alpha$  [Np/km] (e.g., mezzo del collegamento tra antenna TX e RX in visibilità),  
*si dimostra* che la sua  $T_B$  è data da:

$$T_B(\theta, \varphi) = T_m (1 - e^{-\alpha R}) \quad [\text{K}]$$

Si noti che se lo strato si sviluppa lungo  $z$ , per un angolo zenitale di osservazione  $\theta$  si ha:  $R = \Delta z / \cos\theta$ . Si può, inoltre, affermare che l'emissività equivalente dello strato è pari a:  $e(\theta, \varphi) = 1 - e^{-\alpha \Delta z}$ .

### ➤ Temperatura di rumore di antenna (“Antenna noise temperature”).

- Una resistenza a temperatura  $T$  ha una potenza di rumore disponibile pari a:

$$W_N \equiv kT\Delta f \quad [\text{W}]$$

ove  $k$ : costante di Boltzmann ( $1.38 \cdot 10^{-23}$  J/K)  
 $\Delta f$ : banda di frequenza [Hz]

- La temperatura di brillantezza, emessa da diverse sorgenti naturali, è intercettata dall'antenna e appare ai terminali d'antenna come temperatura di rumore di antenna.
- La *temperatura di rumore di antenna*  $T_A$  è “la temperatura che dovrebbe avere la resistenza di radiazione  $R_r$  dell'antenna per produrre una potenza di rumore  $W_N$  nella banda di frequenze  $\Delta f$ ”, ovvero:

$$W_N \equiv kT_A\Delta f \quad [\text{W}]$$

ove si è supposto che non esistano perdite delle linee di trasmissione tra antenna e ricevitore e perdite per disadattamento.

La temperatura  $T_A$  è data dalla  $T_B(\theta, \varphi)$  incidente sull'antenna, pesata dalla direttività dell'antenna stessa:

$$T_A \equiv \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi T_B(\theta, \varphi) D(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi D(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi T_B(\theta, \varphi) D(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi \quad [\text{K}]$$

- Se esistono perdite nell'antenna che ha efficienza di radiazione  $\eta_r$  e temperatura  $T_o$ , la temperatura di rumore alla porta di uscita dell'antenna  $T_A'$  vale (la potenza di rumore disponibile da  $R_r$  si dissipa in parte su  $R_l$  che a sua volta genera rumore trovandosi a temperatura  $T_o$ ):

$$T_A' = \eta_r T_A + T_o (1 - \eta_r)$$

- Se esistono perdite dovute alla linea di trasmissione a temperatura  $T_o$  di lunghezza complessiva  $l$  e attenuazione uniforme  $\alpha_l$  [Np/m], la temperatura di antenna ai terminali del ricevitore diventa (la potenza di rumore in ingresso alla linea viene attenuata ma la linea dissipativa genera a sua volta rumore):

$$T_A'' = T_A' e^{-2\alpha_l l} + T_o (1 - e^{-2\alpha_l l}) \quad [\text{K}]$$

- Se il ricevitore stesso presenta una certa temperatura equivalente di rumore in ingresso  $T_{REC}$ , dovuta al rumore termico dei suoi componenti, la potenza di rumore complessiva  $W_{Nsys}$  del sistema ricevente è data da:

$$W_{Nsys} = k(T_A'' + T_{REC})\Delta f = kT_{sys}\Delta f \quad [W]$$

ove  $T_{sys}$ : temperatura equivalente di rumore in ingresso del sistema ricevente pari a  $T_a + T_{REC}$ .

#### Note

- L'espressione di  $T_A$  si ottiene dalla definizione di  $T_B$ , ovvero da:

$$dP(r, \theta, \varphi) = \frac{2k}{\lambda^2} T_B(\theta, \varphi) d\Omega \Delta f \quad [W/m^2]$$

La potenza ricevuta di rumore  $W_N$  associata alla densità di potenza incidente  $dP$  è data dall'integrale sull'angolo solido di tutti i contributi  $dP(\theta, \varphi)$  pesati attraverso l'area equivalente:

$$W_N = \frac{1}{2} \int_{4\pi} A_e(\theta, \varphi) dP(r, \theta, \varphi) = \frac{k}{\lambda^2} \Delta f \int_{4\pi} A_e(\theta, \varphi) T_B(\theta, \varphi) d\Omega \quad [W]$$

dove il fattore  $\frac{1}{2}$  tiene conto del fatto che, essendo l'antenna polarizzata, riceve soltanto metà della densità di potenza incidente sulla sua area equivalente. Ricordando che  $A_e = D(\lambda^2/4\pi)$ , dalla precedente si ricava l'espressione cercata per  $T_A$ :

$$W_N = k\Delta f \frac{\int_{4\pi} D(\theta, \varphi) T_B(\theta, \varphi) d\Omega}{4\pi} = k\Delta f T_A \quad [W]$$

- Il fattore 2 nell'argomento dell'esponenziale nell'espressione di  $T_A''$  è dovuto al fatto che il fattore di attenuazione si riferisce alle potenze (e, quindi, al modulo quadro del campo attenuato);
- Per caratterizzare le prestazioni un'antenna in ricezione si fa riferimento al rapporto segnale-rumore  $S/N$ , ovvero dalla formula di Friis nel caso di antenne allineate e dall'espressione della potenza di rumore in ricezione:

$$\frac{S}{N} \equiv \frac{W_R}{W_{Nsys}} = \frac{EIRP G_{Mr} L_{FS} L_{PA}}{kT_{sys}\Delta f} \quad [adim]$$

che in decibel diventa:

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{dB} = 10 \log_{10} \left( \frac{S}{N} \right) = 10 \log_{10} \left( \frac{W_R}{W_{Nsys}} \right) \quad [dB]$$

La formula precedente definisce il cosiddetto bilancio in potenza del collegamento ("link budget"). Per un dato EIRP, una figura di merito di tale bilancio è il rapporto

$$G/T \equiv \frac{G_{Mr}}{T_{sys}} \quad [1/K]$$

## RIASSUNTO dei Parametri di Antenna a grande distanza

$$\underline{\mathbf{P}}_{\infty}(\mathbf{r}, \theta, \varphi) = \frac{1}{2} \underline{\mathbf{E}}_{\infty}(\mathbf{r}, \theta, \varphi) \times \underline{\mathbf{H}}_{\infty}^*(\mathbf{r}, \theta, \varphi) = \frac{1}{2\eta} |\underline{\mathbf{E}}_{\infty}(\mathbf{r}, \theta, \varphi)|^2 \underline{\mathbf{r}}_o \quad \text{Vettore di Poynting [W/m}^2\text{]}$$

$$W_T = \oint_S \underline{\mathbf{P}}_{\infty}(\mathbf{r}, \theta, \varphi) \cdot \underline{\mathbf{n}}_o dS = \int_{4\pi} U(\theta, \varphi) d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi \quad \text{Potenza irradiata [W]}$$

$$\text{Condizione a } \pi/8: \quad r > 2 (D^2/\lambda) \quad \text{Regione di campo lontano (Fraunhofer)}$$

$$D(\theta, \varphi) = \frac{P_{\infty}(r, \theta, \varphi)}{P_{\infty iso}} = \frac{P_{\infty}(r, \theta, \varphi)}{W_T / 4\pi r^2} = 4\pi \frac{U(\theta, \varphi)}{W_T} \quad \text{Direttività (guadagno direttivo)}$$

$$\Omega_P = \int_{4\pi} U_n(\theta, \varphi)^2 d\Omega \quad \text{Angolo solido di radiazione [sr]}$$

$$D_M = \frac{4\pi}{\Omega_P} \cong \frac{4\pi}{\Theta_{1rad} \Theta_{2rad}} = \frac{41.253}{\Theta_{1deg} \Theta_{2deg}} \quad \text{Direttività massima [adim]}$$

$$G(\theta, \varphi) = \frac{P_{\infty}(r, \theta, \varphi)}{W_g / 4\pi r^2} = \frac{U(\theta, \varphi)}{(W_T + W_l) / 4\pi} = \eta_T D(\theta, \varphi) \quad \text{Guadagno}$$

$$R_r = \frac{W_T \cdot 2}{|\mathbf{I}_g|^2} = \frac{\iint_{4\pi} P_{\infty}(\mathbf{r}, \theta, \varphi) r^2 d\Omega}{\frac{1}{2} |\mathbf{I}_g|^2} \quad \text{Resistenza di radiazione [\Omega]}$$

$$\eta_T = \eta_m \cdot \eta_r \cdot \eta_P \quad \text{Efficienza totale di antenna [adim]}$$

$$\eta_m = 1 - |\Gamma|^2; \quad \eta_r = \frac{W_r}{W_r + W_l} = \frac{R_r}{R_r + R_l} \quad \text{Efficienza di disadattamento e di radiazione}$$

$$\eta_P = \frac{|\underline{\mathbf{h}}^* \cdot \underline{\mathbf{E}}_i|^2}{|\underline{\mathbf{h}}|^2 \cdot |\underline{\mathbf{E}}_i|^2} = |\underline{\mathbf{v}}_{oh}^* \cdot \underline{\mathbf{v}}_{oi}|^2 = |\cos \psi_P|^2 \quad \text{Efficienza di polarizzazione [adim]}$$

$$h(\theta, \varphi) = \frac{V_a(\theta, \varphi)}{|\underline{\mathbf{E}}_i|} \quad \text{Altezza equivalente [m]}$$

$$A_e(\theta, \varphi) = \frac{W_R(\theta, \varphi)}{P_i} \quad \text{Area equivalente [m}^2\text{]}$$

$$W_R = \left( \frac{\lambda^2}{4\pi} G_{Mr} \right) \left( \frac{W_T}{4\pi R^2} G_{Mt} \right) = W_T G_{Mt} G_{Mr} \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \quad \text{Formula di Friis [W]}$$

$$EIRP = W_T G_t(\theta_t, \varphi_t) = W_T [D_{Mt} D_{nt}(\theta_t, \varphi_t) \eta_T] \quad \text{Potenza irradiata isotropica efficace [W]}$$

$$W_{Nsys} = k(T_A'' + T_{REC}) \Delta f = kT_{sys} \Delta f \quad \text{Potenza di rumore in ricezione [W]}$$