

Numeri Complessi

$$(a,b)+(c,d)=(a+c, b+d)$$

$$(a,b)*(c,d)=(ac-bd, ad+bc)$$

$$(a,b)*(1,0)=(1,0)*(a,b)=(a,b)$$

$$(0,1)*(0,1)=(-1,0) \rightarrow i=(0,1) \rightarrow i^2=-1$$

▪ Forma algebrica: $z=a+ib$

▪ Forma trigonometrica $z=\rho(\cos \vartheta + i \sin \vartheta)$ dove ρ è il raggio polare e θ è l'angolo polare

$$|z| = \rho = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ mentre } \arg(z)=\theta \text{ con } \cos \vartheta = \frac{a}{\rho} \text{ e } \sin \vartheta = \frac{b}{\rho}.$$

Per trovare $\vartheta = \arctan\left[-\left(\frac{b}{a}\right)\right]$ poi $\theta=\pi/2$ se $a=0$; $\theta=0$ se $b=0$

$\bar{z} = a-ib$ è il coniugato di z

Proprietà:

- o Non è un *campo ordinato* perché, supposto che il quadrato di un numero qualsiasi non è mai negativo e che se un numero positivo allora il suo opposto è negativo, ne consegue che, essendo $1^2=1$ e $i^2=-1$, avremmo due quadrati che sono uno l'opposto dell'altro, ma nessuno dei due può essere negativo (sono dei quadrati) e pertanto il tutto è assurdo.
- o Teorema di De Moivre: $|z_1*z_2|=|z_1|*|z_2|$ $\arg(z_1*z_2)=\arg(z_1)+\arg(z_2)$
 $|z_1/z_2|=|z_1|/|z_2|$ $\arg(z_1/z_2)=\arg(z_1)-\arg(z_2)$
 $z^n=\rho^n(\cos(n\theta)+i\sin(n\theta))$