

SEGNALI

$$\text{TAYLOR: } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(t_0)}{n!} (t - t_0)^n$$

$$\text{MC LAURIN: } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} t^n$$

$$e^t = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!}$$

$$\text{sen } t = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} t^{2n+1}$$

$$\text{cos } t = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} t^{2n}$$

NUMERI COMPLESSI:

$$z = a + jb = \rho e^{j\theta} = \rho \angle \theta = \rho [\cos \theta + j \sin \theta]$$

Notazioni: $\rho = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \theta = \arctan \frac{b}{a}$

Inverso: $\frac{a}{(a^2 + b^2)} - \frac{jb}{(a^2 + b^2)}$

prodotto: $\rho_1 \rho_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + J \text{sen}(\theta_1 + \theta_2)]$

potenza n-sima: $(a+jb)^n = \rho^n (\cos(n\theta) + j \text{sen}(n\theta))$

$$e^z = e^x e^{jy} = e^x (\cos y + j \text{sen} y)$$

- $e^{j\pi/2} = J$
- $e^{j2k\pi} = 1$
- $e^{2+j\pi/4} = e^2 \sqrt{2}/2 (1 + J)$

FORMULE DI EULERO:

$$e^{jy} = \cos y + J \text{sen } y$$

$$e^{-jy} = \cos y - J \text{sen } y$$

$$\cos y = \frac{e^{jy} + e^{-jy}}{2}$$

$$\text{sen } y = \frac{e^{jy} - e^{-jy}}{2J}$$

PROGRAMMA:

f(t): periodica di periodo T, monotona e continua a tratti, e limitata allora

$$f(t) = \frac{a_o}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nt) + b_n \sin(nt))$$

Formule per i valori: a_o , a_n , b_n

$$a_o = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt \quad a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos \frac{2\pi}{T} n t dt \quad \text{per } n > 0 \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin \frac{2\pi}{T} n t dt \quad \text{per } n > 0$$

Forma complessa dello sviluppo in serie di FOURIER

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j \frac{2\pi}{T} n t} \quad c_o = \frac{a_o}{2} \quad c_n = \frac{a_n - j b_n}{2} \quad \text{con } n > 0 \quad c_n = \frac{a_n + j b_n}{2} \quad \text{con } n < 0$$

Energia di un segnale: $\mathcal{E}_\tau = \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt$

Potenza media: $\bar{P} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |s(t)|^2 dt$

Segnali ortogonali nell' intervallo di tempo $[t_a, t_b]$ sse: $\int_{t_a}^{t_b} o_i(t) o_j^*(t) dt = 0$

Segnali ortonormali sse: $\mathcal{E}_{T} = 1$

RISULTATI IMPORTANTI PER COMPITO:

- Potenza media di un segnale periodico. Parseval: $\sum_{-\infty}^{\infty} |C_n|^2$
- Potenza media per un segnale non periodico. Parseval: $\int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df$
- Se ho che s(t) e una porta quadra A, -A in t mezzi e -t mezzi ho:

$$S(f) = \frac{jA}{\pi f} [\cos(\pi f \tau) - 1]$$
- $F[\delta(t)] = 1$
- $F[\delta(t - t_0)] = 1 e^{-j 2\pi f t_0}$
- $F[1] = \delta(f)$
- $e^{j 2\pi f_0 t} = \delta(f - f_0)$
- $F[\cos(2\pi f_0 t)] = \frac{1}{2} \delta(f - f_0) + \frac{1}{2} \delta(f + f_0)$
- stesso ma con il seno raggruppo l'un mezzo con al den anche j
- $F[\text{sgn } t] = -\frac{j}{\pi f}$

- $F[u(t)] = F[\frac{1}{2}[\text{sgn } t + 1]] = F[\frac{1}{2} \text{sgn } t] + F[\frac{1}{2}] = -\frac{j}{2\pi f} + \frac{1}{2} \delta(f)$
- $F[e^{-t}u(t)] = \frac{1}{1 + 4\pi^2 f^2} - j \frac{j\pi f}{1 + 4\pi^2 f^2}$
- funzione di trasferimento non distorcente: $Ae^{-j2\pi ft_0}$
- $F[A \text{rect} \frac{t}{T}] = AT \frac{\text{sen} \pi f T}{\pi f T}$
- $F[\frac{\text{sen} 2\pi B t}{2\pi B t}] = \frac{1}{2B} \text{rect} \frac{f}{2B}$
- $\sum_{-\infty}^{\infty} a(t - KT)$ è il segnale $a(t)$ che per $k=0$ parte dal punto $t=0$ e continua quanto continua $a(t)$ sarà di periodo T , infatti ricomincia per $k=1$ in $t=T$.
- $F\left[T \text{rect} \frac{t - \tau/2}{\tau}\right] = T\tau \text{sen } c(f\tau) e^{-j2\pi f \tau/2}$ in questo caso il centro di questa rect sarà $\tau/2$, mentre la durata è τ